

1143/Arts
I Year Arts Examination, 2016

MATHEMATICS

Paper-III

(Geometry)

Time : Three Hours
Maximum Marks : 100

PART - A (खण्ड-अ)

[Marks : 20

Answer all questions (50 words each).

All questions carry equal marks.

सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर पचास शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART - B (खण्ड-ब)

[Marks : 50

Answer *five* questions (250 words each).

Selecting *one* from each unit. All questions carry equal marks.

प्रत्येक इकाई से **एक-एक** प्रश्न चुनते हुए, कुल **पाँच** प्रश्न कीजिए।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 250 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART - C (खण्ड-स)

[Marks : 30

Answer any *two* questions (300 words each).

All questions carry equal marks.

कोई **दो** प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 300 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART - A

(खण्ड-अ)

UNIT - I

(इकाई-I)

1. (i) Write coordinates of the centre of a conic.
शांकव के केन्द्र के निर्देशांक लिखिए।

- (ii) Define eccentric angle of an ellipse.
दीर्घवृत्त पर उत्केन्द्र कोण को परिभाषित कीजिए।

UNIT - II

(इकाई-II)

- (iii) Write Focal Property of a Hyperbola.
अतिपरवलय के नाभिय गुण को लिखिए।
- (iv) Write general equation of a circle in Polar coordinates.
वृत्त का ध्रुवीय निर्देशांकों में सामान्य समीकरण लिखिए।

UNIT - III

(इकाई-III)

- (v) Write formulae of angle between two planes.
दो समतलों के बीच के कोण का सूत्र लिखिए।
- (vi) Write the condition for a line to lie in a plane.
किसी रेखा के एक समतल में विद्यमान होने का प्रतिबन्ध लिखिए।

UNIT - IV

(इकाई-IV)

(vii) Write radius of the sphere

गोले की त्रिज्या लिखिए :

$$7x^2 + 7y^2 + 7z^2 - 6x - 3y - 2z = 0$$

(viii) What is Power of a point ?

बिन्दु की क्षमता क्या है?

UNIT - V

(इकाई-V)

(ix) Define diametral plane.

व्यासीय समतल को परिभाषित कीजिए।

(x) Define principal planes.

मुख्य समतल को परिभाषित कीजिए।

PART - B

(खण्ड-ब)

UNIT - I

(इकाई-I)

2. Find the asymptotes and equation of the conjugate hyperbola of the hyperbola

$$x^2 - xy - 2x^2 - 5y + x - 6 = 0$$

अतिपरवलय $x^2 - xy - 2x^2 - 5y + x - 6 = 0$ का अनन्तस्पर्शी तथा संयुग्मी अतिपरवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए।

OR (अथवा)

3. Prove that the chord of contact of tangents drawn from the

point (h, k) to the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ will subtend a right angle

at the centre, if $\frac{h^2}{a^4} + \frac{k^2}{b^4} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$.

बिन्दु (h, k) से दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ पर खींची गई स्पर्श रेखाओं की

स्पर्शजीवा केन्द्र पर एक समकोण बनायेगी, यदि

$$\frac{h^2}{a^4} + \frac{k^2}{b^4} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$$

UNIT - II

(इकाई-II)

4. Find the centre, foci and length of axes of the following hyperbola :

निम्न अतिपरवलय का अक्ष, नाभियाँ, उत्केन्द्रता तथा नाभिलम्ब ज्ञात कीजिए:

$$x^2 - 2y^2 - 2x + 8y - 1 = 0$$

OR (अथवा)

5. Find the condition that the straight line $\frac{l}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta$ may touch the circle $r = 2a \cos \theta$.

वह प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिए जबकि सरल रेखा $\frac{l}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta$ वृत्त $r = 2a \cos \theta$ को स्पर्श करें।

UNIT - III

(इकाई-III)

6. Prove that the equation of the plane through the straight line parallel to the line $\frac{x-\alpha}{l} = \frac{y-\beta}{m} = \frac{z-\gamma}{n}$ parallel to the line

$$\frac{x}{l'} = \frac{y}{m'} = \frac{z}{n'} \text{ is}$$

$$(x-\alpha)(mn' - m'n) + (y-\beta)(nl' - n'l) + (z-\gamma)(lm' - l'm) = 0$$

सिद्ध कीजिए कि उस समतल का समीकरण जो रेखा

$$\frac{x-\alpha}{l} = \frac{y-\beta}{m} = \frac{z-\gamma}{n} \text{ से गुजरता है तथा रेखा } \frac{x}{l'} = \frac{y}{m'} = \frac{z}{n'} \text{ के}$$

समान्तर है, होगा

$$(x-\alpha)(mn' - m'n) + (y-\beta)(nl' - n'l) + (z-\gamma)(lm' - l'm) = 0$$

OR (अथवा)

7. What conic does the equation

$$2x^2 - 6y^2 - 12z^2 + 18yz - 2zx - xy = 0$$

समीकरण $2x^2 - 6y^2 - 12z^2 + 18yz + 2zx + xy = 0$ किन शांकवों को निरूपित करता है। उनके बीच का कोण ज्ञात करो।

UNIT - IV

(इकाई-IV)

8. Find the equation of the sphere which passes through the point (α, β, γ) and the circle $x^2 + y^2 = a^2, z = 0$.

बिन्दु (α, β, γ) और वृत्त $x^2 + y^2 = a^2, z = 0$ से होकर गुजरने वाले गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए।

OR (अथवा)

9. Show that $ax^2 + by^2 + cz^2 + 24x + 2vy + 2wz + d = 0$

represents a cone if $\frac{u^2}{a} + \frac{v^2}{b} + \frac{w^2}{c} = d$.

सिद्ध करो कि $ax^2 + by^2 + cz^2 + 24x + 2vy + 2wz + d = 0$ एक

शंकु को निरूपित करता है यदि $\frac{u^2}{a} + \frac{v^2}{b} + \frac{w^2}{c} = d$.

UNIT - V

(इकाई-V)

10. Find the principal planes and principal directions of the following conicoid :

निम्न शांकवज की मुख्य दिशाएँ एवं मुख्य समतल ज्ञात कीजिए :

$$8x^2 + 7y^2 + 3z^2 - 8yz + 4zx - 12xy + 2x - 8y + 1 = 0$$

OR (अथवा)

11. Reduce the equation

$$11y^2 + 14yz + 8zx + 14xy - 6x - 16y + 2z - 2 = 0$$

समीकरण $11y^2 + 14yz + 8zx + 14xy - 6x - 16y + 2z - 2 = 0$ का मानक रूप में समानयन कीजिए तथा इसके द्वारा प्रदर्शित पृष्ठ बताइए।

PART - C

(खण्ड-स)

UNIT - I

(इकाई-I)

12. Trace the conic :

शांकव का अनुरेखण कीजिए :

$$x^2 - 3xy + y^2 + 10x - 10y + 21 = 0$$

UNIT - II

(इकाई-II)

13. Find the locus of the pole of a chord of the conic

$\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ which subtends a constant angle 2α at the focus.

शांकव $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ की जीवाओं के ध्रुव का बिन्दुपथ ज्ञात कीजिए

जो शांकव के नाभि पर अचर कोण 2α अन्तरित करती है।

UNIT - III

(इकाई-III)

14. Find the perpendicular distance of a point $P(x_1, y_1, z_1)$ from

the straight line $\frac{x-\alpha}{l} = \frac{y-\beta}{m} = \frac{z-\gamma}{n}$.

किसी बिन्दु $P(x_1, y_1, z_1)$ की सरल रेखा $\frac{x-\alpha}{l} = \frac{y-\beta}{m} = \frac{z-\gamma}{n}$ से

लम्बवत दूरी ज्ञात कीजिए।

UNIT - IV

(इकाई-IV)

15. Find the limiting points of the co-axial system defined by the following spheres

निम्न गोलों से परिभाषित समाक्ष निकाय के सीमान्त बिन्दु ज्ञात कीजिए :

$$x^2 + y^2 + z^2 + 3x - 3y + 6 = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6y - 6z + 6 = 0$$

UNIT - V

(इकाई-V)

16. Reduce the equation to standard form and find the equation to its axis.

निम्न समीकरण का प्रमाणिक रूप में समानयन कर उसका अक्ष ज्ञात कीजिए।

$$3x^2 - 24y^2 + 8z^2 + 16yz - 10zx - 14xy + 2z - y = 0.$$