

Roll No.

Total Pages : 10

1182

I Year (T.D.C.) Science Examination, 2016

STATISTICS

(Probability Theory)

Paper-II

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

PART-A (खण्ड-अ) [Marks : 10

Answer all questions (50 words each).

All questions carry equal marks.

सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर पचास शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART-B (खण्ड-ब) [Marks : 25

Answer **five** questions (250 words each), selecting **one** from each Unit. All questions carry equal marks.

प्रत्येक इकाई में से एक-एक प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 250 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

P. T. O.

PART-C (खण्ड-स)

[Marks : 15]

Answer any **two** questions (300 words each).

All questions carry equal marks.

कोई दो प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 300 शब्दों में अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART-A

(खण्ड-अ)

1. (i) Define Sample Space.

प्रतिदर्श समष्टि को परिभाषित कीजिए।

- (ii) Define Random experiment.

यादृच्छिक प्रयोग को परिभाषित कीजिए।

- (iii) Given that $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$, $P(A/B) = \frac{1}{6}$, then

the probability $P(B/A)$ is

दिया है $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$, $P(A/B) = \frac{1}{6}$,

तो प्रायिकता $P(B/A)$ क्या होगी?

- (iv) From a pack of 52 cards, two cards are drawn at random, the probability that one is an ace and the other is a club is.

ताश के 52 पत्तों में से 2 पत्ते यादृच्छिक रूप से निकाले जाते हैं, एक पत्ता इक्का और दूसरा चिड़ी का है की प्रायिकता क्या होगी?

(v) Define Discrete random variable.

असतत् यादृच्छिक चर की परिभाषा दीजिए।

(vi) Give an example of a continuous random variable.

एक सतत् यादृच्छिक चर का उदाहरण दीजिए।

(vii) Define Mathematical expectation.

गणितीय प्रत्याशा को परिभाषित कीजिए।

(viii) $V(X + a + b + c) =$

$$(ix) \left[\frac{d^r}{dt^r} \phi_x(t) \right]_{t=0} =$$

$$(x) \frac{M_{x-a}(t)}{h} =$$

PART-B

(खण्ड-ब)

UNIT-I

(इकाई-I)

2. Explain Axiomatic approach to Probability.

प्रायिकता के सन्दर्भ में अभिगृहीतीय विधि समझाइए।

3. Give the classical definition of Probability. An urn contains 6 white, 4 red and 9 black balls. If 3 balls are drawn at random, find the probability that

- (i) Two of the balls drawn are white
- (ii) One is of each colour
- (iii) None is red
- (iv) At least one is white.

प्रायिकता की चिरसम्मत परिभाषा दीजिए। एक कलश में 6 सफेद, 4 लाल एवं 9 काली गेंदें हैं। उसमें से 3 गेंदें यादृच्छिक तरीके से निकाली गयी हैं, तो निम्न की प्रायिकता निकालिए :

- (i) निकाली गई गेंदों में 2 सफेद हैं
- (ii) हरेक रंग की एक गेंद है
- (iii) कोई भी लाल नहीं है
- (iv) कम से कम एक सफेद है।

UNIT-II

(इकाई-II)

4. State and prove Multiplication theorem of Probability.

प्रायिकता की गुणन प्रमेय को व्यक्त एवं सिद्ध कीजिए।

5. State and prove Bay's theorem.

बेज के प्रमेय को व्यक्त एवं सिद्ध कीजिए।

UNIT-III

(इकाई-III)

6. Give the properties of distribution Function.

बंटन फलन के गुणधर्म बताइए।

7. Define a Random variable and its probability distribution. Explain by means of two examples.

यादृच्छिक चर और उसके प्रायिकता बंटन को परिभाषित कीजिए। दो उदाहरण द्वारा समझाइए।

UNIT-IV

(इकाई-IV)

8. If X and Y are two random variables such that $X \leq Y$, prove that $E(X) \leq E(Y)$.

यदि X और Y दो यादृच्छिक चर हैं जब $X \leq Y$, तो सिद्ध कीजिए $E(X) \leq E(Y)$.

9. If X and Y are two independent random variables, then prove that :

$$E(X + Y) = E(X) + E(Y).$$

यदि X और Y दो स्वतन्त्र यादृच्छिक चर हैं, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$E(X + Y) = E(X) + E(Y).$$

UNIT-V

(इकाई-V)

10. State properties of characteristic Function.

अभिलक्षण फलन के गुणधर्म लिखिए।

11. Define Moment generating function of a random variable. Show that the Moment generating function of the Sum of independent random variable is equal to the product of these m.g.f's.

एक यादृच्छिक चर के लिए आघूर्णजनक फलन को परिभाषित कीजिए। दिखाइए कि स्वतंत्र यादृच्छिक चरों के योग का आघूर्णजनक फलन उनके आघूर्णजनक फलनों के गुणनफल के बराबर होता है।

PART-C

(खण्ड-स)

12. (a) State and prove the addition law of Probability for two or more events.

(b) Two unbiased dice are thrown. Find the probability that :

(i) Both the dice show the same number.

(ii) The first die shows '6'.

(a) प्रायिकता की योग प्रमेय को दो और अधिक घटनाओं के लिए व्यक्त एवं सिद्ध कीजिए।

(b) दो अनभिन्नत पास फैंके जाते हैं। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि :

(i) दोनों पास समान संख्या दर्शाते हैं

(ii) पहला पास 6 दर्शाता है।

13. (a) A problem in Physics is given to three students

X, Y and Z, whose chance of solving it are $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$

and $\frac{1}{4}$ respectively. What is the probability that the problem will be solved, if all of them try independently.

(b) What do you understand by Pairwise independence and Mutual independence ? Explain by means of an example that pairwise independent events may not be mutually independent.

(a) भौतिकी का एक प्रश्न तीन विद्यार्थियों X, Y और Z को दिये जाते हैं और उसके हल करने की संभावना क्रमशः

$\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ तथा $\frac{1}{4}$ हैं। यदि सभी स्वतंत्र रूप से हल करने की कोशिश करते हैं, तो प्रश्न हल हो जाए उसकी प्रायिकता क्या होगी?

(b) युगलतः स्वतंत्रता और परस्पर स्वतंत्रता से आप क्या समझते हैं? उदाहरण सहित समझाइए कि युगलतः घटनाएँ परस्पर स्वतंत्र नहीं हो सकतीं।

14. (a) A Random variable X has the following probability function :

X	:	0	1	2	3	4	5	6	7
P(X = x):		0	k	2k	2k	3k	k ²	2k ²	7k ² +k

(i) Find k

(ii) if $P(X \leq a) > \frac{1}{2}$, find the minimum value of 'a'.

(b) The Joint probability density function of two random variables X and Y is given by :

$$f(X, Y) = \frac{9(1+x+y)}{2(1+x)^4(1+y)^4}; 0 \leq x < \infty, 0 \leq y < \infty.$$

Find the Marginal distribution of X and Y and the Conditional distribution of Y for X = x.

(a) एक यादृच्छिक चर का प्रायिकता फलन निम्न है:

X	:	0	1	2	3	4	5	6	7
P(X = x):		0	k	2k	2k	3k	k ²	2k ²	7k ² +k

(i) k का मान ज्ञात कीजिए

(ii) यदि $P(X \leq a) > \frac{1}{2}$ हो, तो 'a' का न्यूनतम मान निकालिए।

(b) दो चरों X व Y का संयुक्त प्रायिकता घनत्व फलन निम्न है :

$$f(X, Y) = \frac{9(1+x+y)}{2(1+x)^4(1+y)^4}; 0 \leq x < \infty, 0 \leq y < \infty.$$

X व Y का सीमांत बंटन निकालिए एवं $X = x$ के लिए Y का प्रतिबन्ध बंटन निकालिए।

15. Let X be a random variable with the following Probability distribution :

यदि X एक यादृच्छिक चर हो जिसका प्रायिकता वंटन निम्न है:

X :	0	1	2	3	4
P(X) :	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$

Find $E(X)$, $E(X^2)$ and using the law of expectation evaluate $E(2X - 2)^2$.

ज्ञात कीजिए $E(X)$, $E(X^2)$ तथा प्रत्याशा के नियम की सहायता से $E(2X - 2)^2$ का मान ज्ञात कीजिए।

16. (a) Find the Moment generating function of a Random variable X whose Probability density function is

$$F(X) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{X-\mu}{\sigma}\right)^2\right]; -\infty < x < \infty.$$

(b) Obtain the First four cumulants in terms of Central moments.

(a) एक यादृच्छिक चर X जिसका प्रायिकता घनत्व फलन दिया गया है का आघूर्ण जनक फलन निकालिए :

$$F(X) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{X - \mu}{\sigma} \right)^2 \right]; -\infty < x < \infty.$$

(b) केन्द्रीय आघूर्णों के संदर्भ में प्रथम चार संयंची प्राप्त कीजिए।