

Roll No. ....

Total Pages : 7

**1142**

**I Year (T.D.C.) Science Examination, 2016**

**MATHEMATICS**

(Calculus)

Paper-II

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 75

**PART-A ( खण्ड-अ )** [Marks : 20

Answer all questions (50 words each).

All questions carry equal marks.

सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर पचास शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

**PART-B ( खण्ड-ब )** [Marks : 35

Answer **five** questions (250 words each); selecting **one** from each Unit. All questions carry equal marks.

प्रत्येक इकाई में से **एक-एक** प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 250 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

P. T. O.

**PART-C ( खण्ड-स )**

[Marks : 20

Answer any **two** questions (300 words each).

All questions carry equal marks.

कोई दो प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 300 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

**PART-A**

( खण्ड-अ )

1. (i) Write angle of intersection of two Polar curves.  
दो ध्रुवीय वक्रों का प्रतिच्छेदन कोण लिखिए।
- (ii) Write the statement of Mean value theorem.  
मध्यमान प्रमेय का कथन लिखिए।
- (iii) Definition of the Asymptote.  
अनन्त स्पर्शी की परिभाषा लिखिए।
- (iv) Define Radius of Curvature.  
वक्रता त्रिज्या को परिभाषित कीजिए।
- (v) Write common area of two Cartesian curves.  
दो कार्तीय वक्रों का उभयनिष्ठ क्षेत्रफल लिखिए।
- (vi) Define intrinsic equation of a Curve.  
किसी वक्र की नैज समीकरण को परिभाषित कीजिए।

(vii) Write degree of the differential equation :

अवकल समीकरण की घात लिखिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \left\{ 1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \right\}^{3/2} = 0.$$

(viii) Define Singular solution.

विचित्र हल को परिभाषित कीजिए।

(ix) Define homogeneous differential equation.

समघातीय अवकल समीकरण को परिभाषित कीजिए।

(x) Define linear differential equation.

रैखिक अवकल समीकरण को परिभाषित कीजिए।

### PART-B

( खण्ड-ब )

### UNIT-I

( इकाई-I )

2. Find the Pedal equation of the Astroid :

निम्न एस्ट्रॉयड का पदिक समीकरण ज्ञात कीजिए :

$$x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}.$$

3. Verify Rolle's theorem for the function :

निम्न फलन के लिए रोल्स प्रमेय सत्यापित कीजिए :

$$f(x) = \log \left\{ \frac{x^2 + ab}{x(a + b)} \right\}, x \in [a, b]; 0 \notin [a, b].$$

## UNIT-II

### ( इकाई-II )

4. Find the asymptotes of the following curve and show that they intersect the curve again in three points, which lie on a straight line. Find the equation of the line.

निम्न वक्र की अनन्त स्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए तथा सिद्ध कीजिए कि वे वक्र को पुनः तीन बिन्दुओं पर काटती हैं, जो एक रेखा पर स्थित हैं। इस रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

$$(2x - 3y + 1)^2 (x + y) - 8x + 2y - 9 = 0.$$

5. Prove that the radius of curvature at any point  $(x, y)$  on the Astroid  $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$  is three times the length of the perpendicular from the origin on the tangent at that point.

सिद्ध कीजिए कि एस्ट्रॉयड  $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$  के किसी भी बिन्दु  $(x, y)$  पर वक्रता त्रिज्या मूल बिन्दु से स्पर्श रेखा पर खींचे गए लम्ब की लम्बाई की तीन गुना होती है।

### UNIT-III

#### ( इकाई-III )

6. Find the whole area of the Astroid :

एस्ट्रॉयड का सम्पूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए :

$$\left(\frac{x}{a}\right)^{2/3} + \left(\frac{y}{b}\right)^{2/3} = 1.$$

7. Find the intrinsic equation of the curve  $P = r \sin \alpha$ .

वक्र  $P = r \sin \alpha$  का नैज समीकरण ज्ञात कीजिए।

### UNIT-IV

#### ( इकाई-IV )

8. Solve :

हल कीजिए :

$$(x^2y^3 + xy) dy - dx = 0$$

9. Solve :

हल कीजिए :

$$(2x^2y - 3y^4) dx + (3x^3 + 2xy^3) dy = 0.$$



## UNIT-V

### ( इकाई-V )

10. Use the substitutions  $y = u$  and  $xy = v$  to solve the following equation :

प्रतिस्थापन  $y = u$  तथा  $xy = v$  का प्रयोग कर निम्न समीकरण हल कीजिए :

$$x^2p^2 + yp(2x + y) + y^2 = 0.$$

11. Solve :

हल कीजिए :

$$(D - 1)^2 (D^2 + 1)^2 y = \sin^2 \frac{x}{2} + e^x.$$

## PART-C

### ( खण्ड-स )

12. By using Taylor's theorem prove that :

टेलर्स प्रमेय का उपयोग करते हुए सिद्ध कीजिए कि :

$$\begin{aligned} \tan^{-1}(x+h) = \tan^{-1} x + (h \sin z) \frac{\sin z}{1} - (h \sin z)^2 \frac{\sin 2z}{2} \\ + (h \sin z)^3 \frac{\sin 3z}{3} + \dots \end{aligned}$$

Where  $z = \cot^{-1} x$ .

13. Find the asymptotes of the curve  $x^3 + y^3 = 3ax^2$  and determine on which side of the asymptotes the curve lies.

वक्र  $x^3 + y^3 = 3ax^2$  की अनन्त स्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए तथा वक्र के सापेक्ष उनकी स्थिति बतलाइए।

14. Taking origin as the fixed point, find the intrinsic equation of the following cycloid :

मूल बिन्दु को स्थिर बिन्दु मानकर निम्न चक्रज का नैज समीकरण प्राप्त कीजिए :

$$x = a(\theta + \sin \theta), y = a(1 - \cos \theta), -\pi \leq \theta \leq \pi.$$

15. (a) Solve :

हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} + y \cos x = y^n \sin 2x.$$

- (b) Solve :

हल कीजिए :

$$x dy - y dx - x(x^2 - y^2)^{1/2} dx = 0.$$

16. Solve :

हल कीजिए :

$$(D^4 + D^2 + 1)y = ax^2 + be^{-x} \sin 2x.$$