Roll No. .....

Total Pages : 10

2182

II Year (T.D.C.) Science Examination, 2016

STATISTICS

(Sampling Distributions and Elements of Estimation)

Paper–II

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

PART–A (खण्ड–अ) [Marks : 10

Answer all questions (50 words each).

All questions carry equal marks.

सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर पचास शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART–B (खण्ड–ब) [Marks : 25

Answer **five** questions (250 words each), selecting **one** from each Unit. All questions carry equal marks.

प्रत्येक इकाई में से **एक-एक** प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 250 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

P. T. O.

PART–C (खण्ड–स) [Marks : 15

Answer any **two** questions (300 words each).

All questions carry equal marks.

कोई **दो** प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 300 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART–A

(खण्ड–अ)

1. (i) What is the relation between Mean and Variance of χ^2 (chi-square) distribution ?

χ^2 (काई–वर्ग) बंटन के माध्य एवं प्रसरण में क्या सम्बन्ध है?

(ii) If X is a χ^2 variate with n degree of freedom, then give the mode of X.

यदि X, n स्वातंत्र्य कोटि वाला कोई χ^2 विचर हो, तो उसका बहुलक बताइए।

(iii) What is the relationship between t and F statistics ?

t व F प्रतिदर्शज में क्या सम्बन्ध है?

(iv) Define Z-statistics.

Z-प्रतिदर्शज को परिभाषित कीजिए।

(v) Give sufficient condition for an estimator to be consistent.

एक आकलक के संगत होने का पर्याप्त प्रतिबन्ध दीजिए।

(vi) What is unbiased estimator of σ^2 in Normal distribution $N(\mu, \sigma^2)$?

प्रसामान्य बंटन $N(\mu, \sigma^2)$ में σ^2 का अनभिनत आकलक क्या होगा?

(vii) Define the term Mean Square Error. How is it different from Variance ?

माध्य वर्ग त्रुटि को परिभाषित कीजिए। यह प्रसरण से किस प्रकार भिन्न है?

(viii) Give an important property of MVU estimators.

निम्नतम प्रसरण अनभिनत आकलक की एक महत्त्वपूर्ण विशेषता दीजिए।

(ix) Define Range in terms of Order Statistics.

विस्तार को क्रमित सांख्यिकी से परिभाषित कीजिए।

(x) Give formula for obtaining 95% confidence limits for the variance of a normal population using usual notations.

सामान्य चिन्हों को काम में लेते हुए प्रसामान्य समग्र के प्रसरण के लिए 95% विश्वास्यता सीमाएँ दीजिए।

P. T. O.

PART–B

(खण्ड–ब)

UNIT–I

(इकाई–I)

2. Derive the expression of the Standard error for :

   (a) Mean of Random sample of size 'n'.

   (b) The difference of mean of two independent random samples of size n_1 and n_2.

   मानक त्रुटि का सूत्र ज्ञात कीजिए :

   (a) 'n' आकार के यादृच्छिक प्रतिदर्श के माध्य का।

   (b) n_1 तथा n_2 आकार के यादृच्छिक प्रतिदर्शों के माध्यों के अन्तर का।

3. Explain chi-square distribution and give its properties.

   काई–वर्ग बंटन का वर्णन कीजिए व इसके गुण को व्यक्त कीजिए।

UNIT–II

(इकाई–II)

4. Define t-statistics. State its sampling distribution. Also state its important properties.

   t-प्रतिदर्शज को परिभाषित कीजिए। इसका प्रतिचयन बंटन व्यक्त कीजिए। इस बंटन के मुख्य गुणों को भी व्यक्त कीजिए।

5. Define F-statistic and derive the Snedecor's F-distribution.

F-प्रतिदर्शज को परिभाषित कीजिए तथा स्नेडेकोर का F-बंटन प्राप्त कीजिए।

UNIT–III

(इकाई–III)

6. Discuss the importance of sufficiency in Statistics. Show by suitable example, how the factorization theorem helps you in obtaining a sufficient statistics.

सांख्यिकी में पर्याप्तता के महत्त्व की विवेचना कीजिए। एक उचित उदाहरण द्वारा दिखाइए कि गुणनखण्ड प्रमेय की मदद से आप एक पर्याप्त प्रतिदर्शन कैसे प्राप्त करेंगे।

7. If $x_1, x_2, \ldots\ldots x_n$ are random observations on a Bernoulli variate x faking value 1 with probability p and o with probability $(1 - p)$. Find a consistent estimator of $p(1 - p)$.

यदि $x_1, x_2, \ldots\ldots x_n$ एक बर्नोली विचर x के यादृच्छिक अवलोकन है, जो कि 1 और 0 मान क्रमशः p और $(1 - p)$ प्रायिकता के साथ लेता है। $p(1 - p)$ का एक संगत आकलक ज्ञात कीजिए।

UNIT-IV

(इकाई-IV)

8. If T_1 in a MVU estimator for θ and T_2 is any other unbiased estimator of θ with efficiency e_θ, then prove that the correlation coefficient between T_1 and T_2 is $\sqrt{e_\theta}$.

   यदि T_1 एक न्यूनतम प्रसरण अनभिनत आकलक है θ का जिसकी कुशलता e_θ है, तो सिद्ध कीजिए कि T_1 व T_2 के बीच सहसम्बन्ध गुणांक $\sqrt{e_\theta}$ है।

9. If T_1 and T_2 are two unbiased estimators of $\gamma(\theta)$ having the same variance and ρ is the correlation between them, then show that $\rho \geq 2e-1$, where e is the efficiency of each estimator.

   यदि T_1 और T_2 समान प्रसरण के साथ $\gamma(\theta)$ के दो अनभिनत आकलक हैं और यदि इनके मध्य सहसम्बन्ध ρ है, तब दर्शाइए कि $\rho \geq 2e-1$, जहाँ e प्रत्येक आकलक की कुशलता है।

UNIT-V

(इकाई-V)

10. Let $X_{(r)}$ be the rth order statistic of a random sample of size 'n' from a continuous distribution F, find its density function.

माना कि $X_{(r)}$ n आकार से यादृच्छिक प्रतिदर्श की rth क्रमित सांख्यिकी है, जो एक सतत बंटन F से है, तो इसका घनत्व फलन निकालिए।

11. How do you set up the confidence interval for the mean of a normal distribution, if Standard deviation is known ?

प्रसामान्य बंटन के माध्य के लिए आप विश्वास्यता अंतराल कैसे ज्ञात करते हैं, यदि मानक विचलन ज्ञात है?

PART-C

(खण्ड-स)

12. (a) If x_1 and x_2 are two independent χ^2-variates with n_1 and n_2 degree of freedom respectively, then obtain the distribution of $\frac{x_1}{x_1 + x_2}$.

(b) Prove that chi-square distribution tends to normal distribution as $n \to \infty$.

(a) यदि x_1 और x_2 क्रमशः n_1 तथा n_2 स्वातन्त्र्य कोटि वाले स्वतंत्र χ^2 (काई वर्ग) हों, तो $\frac{x_1}{x_1 + x_2}$ का बंटन ज्ञात कीजिए।

(b) सिद्ध कीजिए कि काई-वर्ग बंटन, प्रसामान्य बंटन की ओर अग्रसर होता है, जैसे $n \to \infty$.

13. (a) Find the limiting distribution of t-distribution.

(b) Find out the relation t and F distribution with χ^2 distribution.

(a) t बंटन का सीमान्त बंटन ज्ञात कीजिए।

(b) t तथा F बंटन का χ^2 (काई-वर्ग) के मध्य सम्बन्ध ज्ञात कीजिए।

14. (a) Prove that for Cauchy distribution not sample mean, but sample median is consistent estimator.

(b) Let $x_1, x_2, \ldots\ldots x_n$ be a random sample from uniform population $U(O, \theta)$. Obtain sufficient statistic for θ.

(a) कौची बंटन के लिए सिद्ध कीजिए कि प्रतिदर्श माध्य नहीं, परन्तु प्रतिदर्श माध्यिका समष्टि माध्य की संगत आकलक है।

(b) माना $x_1, x_2, \ldots\ldots x_n$ एक समान समष्टि $U(O, \theta)$ से चुना गया यादृच्छिक प्रतिदर्श है, तो θ का प्रर्याप्त आकलक प्राप्त कीजिए।

15. (a) Find MVUE from the following estimators :

$$t_1 = \frac{y_1 + y_2}{2}, \qquad t_2 = \frac{3y_1 - y_2 - y_{n-1} + 4y_n}{5},$$

$$t_3 = \frac{y_1}{2} + \frac{y_2}{3} + \frac{y_n}{6}, \text{ where } y_i \sim N\left(\mu, \sigma^2\right);\ i = 1, 2, \ldots\ldots n.$$

(b) If T_1 is an MVU estimator of $\gamma(\theta)$ and T_2 is any other unbiased estimator of $\gamma(\theta)$ with efficiency $e < 1$, then no unbiased linear combination of T_1 and T_2 can be an MVUE of $\gamma(\theta)$.

(a) निम्नलिखित आकलकों से न्यूनतम प्रसरण अनभिनत आकलक ज्ञात कीजिए :

$$t_1 = \frac{y_1 + y_2}{2}, \qquad t_2 = \frac{3y_1 - y_2 - y_{n-1} + 4y_n}{5},$$

$$t_3 = \frac{y_1}{2} + \frac{y_2}{3} + \frac{y_n}{6} \text{ जहाँ } y_i \sim N\left(\mu, \sigma^2\right);\ i = 1, 2, \ldots n.$$

(b) यदि T_1 एक न्यूनतम प्रसरण अनभिनत आकलक $\gamma(\theta)$ का है तथा T_1 एक अन्य अनभिनत आकलक $\gamma(\theta)$ का है जिसकी कुशलता $e < 1$ है, तो सिद्ध कीजिए कि T_1 व T_2 का कोई भी रेखीय समीकरण $\gamma(\theta)$ का न्यूनतम प्रसरण अनभिनत आकलक नहीं है।

16. (a) Define Order statistics and find the Sampling distribution of Median.

(b) Obtain $100(1-\alpha)\%$ confidence interval for parameter σ^2 of the normal distribution.

$$f\left(x; \theta, \sigma^2\right) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2x}} \qquad \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\theta}{\sigma}\right)^2\right];$$

$-\infty \le x \le \infty$.

(a) क्रमित सांख्यिकी को परिभाषित कीजिए और मध्यिका का प्रतिदर्श बंटन ज्ञात कीजिए।

(b) प्रसामान्य बंटन :

$$f\left(x; \theta, \sigma^2\right) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2x}} \qquad \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\theta}{\sigma}\right)^2\right];$$

$-\infty \leq x \leq \infty$ का प्राचाल σ^2 के लिए $100(1-\alpha)\%$ विश्वास्यता अन्तराल ज्ञात कीजिए।