

Total Pages : 8

**2143/Sci.**  
**II Year Science Examination, 2016**

**MATHEMATICS**

Paper-III

**(Mechanics)**

Time : Three Hours  
Maximum Marks : 75

**PART - A ( खण्ड-अ )** [Marks : 20]

Answer all questions (50 words each).

All questions carry equal marks.

सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर पचास शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

**PART - B ( खण्ड-ब )** [Marks : 35]

Answer *five* questions (250 words each).

Selecting *one* from each unit. All questions carry equal marks.

प्रत्येक इकाई से **एक-एक** प्रश्न चुनते हुए, कुल **पाँच** प्रश्न कीजिए।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 250 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

**PART - C ( खण्ड-स )** [Marks : 20]

Answer any *two* questions (300 words each).

All questions carry equal marks.

कोई **दो** प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 300 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

## PART - A

### ( खण्ड-अ )

1. ( i ) Write the condition of equilibrium of three forces acting on a rigid body.  
एक पिण्ड पर लगे तीन बूलों के अन्तर्गत सामान्यावस्था के लिये आवश्यक प्रतिबन्ध लिखिये।
- ( ii ) What do you mean by directrix of the catenary ?  
कैटिनरी की नियता से आप क्या समझते हैं?
- ( iii ) Define virtual work.  
कल्पित कार्य को परिभाषित कीजिये।
- ( iv ) What is Newton's experimental law of impact ?  
न्यूटन का प्रयोगात्मक संघट्ट नियम क्या होता है?
- ( v ) Define radial and transverse acceleration.  
अरीय एवं अनुप्रस्थ त्वरण को परिभाषित कीजिये।
- ( vi ) Define simple harmonic motion.  
सरल आवर्त गति की परिभाषा लिखिये।
- ( vii ) Write the formula for velocity and reaction of a particle which moves along the inside of a smooth vertical circle.  
उस कण के वेग एवं प्रतिक्रिया का सूत्र लिखिये जो एक चिकने वृत्त के अन्दर गतिमान है।
- ( viii ) What do you mean by resisting medium ?  
प्रतिरोधी माध्यम से आप क्या समझते हैं?
- ( ix ) Define surface of equal densities.  
समान घनत्व के पृष्ठ को परिभाषित कीजिये।
- ( x ) Write the coordinates of the centre of pressure in polar coordinates.  
ध्रुवीय निर्देशांक में दाब केन्द्र के निर्देशांक लिखिये।



**PART - B**

**( खण्ड-ब )**

**UNIT - I**

**( इकाई-I )**

2. A sphere of radius  $r$  rests against a smooth vertical wall to which it is attached by a string of length  $l$  fastened to a point on the surface. Find the tension of the string.

एक  $r$  त्रिज्या का चिकना गोला एक चिकनी उर्ध्वाधर दीवार के सहारे विरामावस्था में है। गोले की सतह के एक बिन्दु पर  $l$  लम्बाई की रस्सी बँधी है, जिसका दूसरा सिरा दीवार के एक बिन्दु पर बँधा है। रस्सी में तनाव ज्ञात कीजिये।

3. Two equal and uniform rods AB and AC are freely jointed at A and rest in a vertical plane with their ends B and C resting on a rough horizontal plane. of  $\mu$  be the coefficient of friction and  $\theta$  be angle between two rods, then in limiting equilibrium, show that :

$$\sin \theta = \frac{4\mu}{(1 + 4\mu^2)}$$

दो बराबर एवं एक समान छड़े AB और AC मुक्त रूप से A पर जुड़ी हुई एक उर्ध्वाधर तल में स्थित हैं तथा इनके सिरे B और C एक कक्ष क्षैतिज तल पर टिके हुए हैं। यदि घर्षण गुणांक  $\mu$  तथा दोनों छड़ों के बीच का कोण  $\theta$  हो तो सीमान्त सन्तुलन में सिद्ध करो कि

$$\sin \theta = \frac{4\mu}{(1 + 4\mu^2)}$$

## UNIT - II

### ( इकाई-II )

4. Four rods are jointed to form a parallelogram, the opposite joints are jointed by strings forming the diagonals, and the whole system is placed on a smooth horizontal table. Show that their tensions are in the same ratios as their lengths.

चार छड़ों को परस्पर जोड़कर एक समान्तर चतुर्भुज बनाया गया है। विपरीत जोड़ों के डोरियों द्वारा जोड़ दिया जाता है ताकि वे समान्तर चतुर्भुज के विकर्ण रहे। सम्पूर्ण निकाय को किसी चिकनी क्षैतिज मेज पर रख दिया जाता है। सिद्ध कीजिये कि उनके तनाव उसी अनुपात में होते हैं जिस अनुपात में उनकी लम्बाईयाँ होती हैं।

5. A heavy elastic ball drops from a ceiling of a room and after rebounding twice from the floor reaches a height equal to one half of the ceiling. Show that the coefficient of restitution is

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{1/4}.$$

एक भारी प्रत्यास्थ गेंद कमरे की छत से गिरती है और दो बार फर्श से प्रक्षिप्त होकर छत की आधी ऊँचाई तक पहुँचती है। सिद्ध करो कि प्रत्यास्थ

गुणांक  $\left(\frac{1}{2}\right)^{1/4}$  है।

## UNIT - III

### ( इकाई-III )

6. A particle describes equiangular spiral  $r = ae^{\theta}$  in such a manner that its acceleration has no radial component, prove that its angular velocity is constant and that the magnitude of its velocity and acceleration is each proportional to  $r$ .



एक कण समानकोणिक सर्पिल  $r = ae^\theta$  में इस प्रकार से गतिमान है कि इसका अक्षीय त्वरण शून्य हो। सिद्ध करो कि इसका कोणीय वेग अचर होगा तथा उसके वेग व त्वरण में से प्रत्येक का परिमाण  $r$  के समानुपाती होगा।

7. A point moves in a plane curve so that its tangential acceleration is constant and the magnitude of the tangential velocity and normal acceleration are in a constant ratio. Show that the intrinsic equation of the path is of the form

$$s = A\psi^2 + B\psi + C.$$

एक कण एक समतल वक्र में इस प्रकार गमन करता है कि स्पर्शरेखीय त्वरण अचर रहता है और इसके स्पर्शरेखीय वेग का परिमाण तथा अभिलाम्बिक त्वरण का अनुपात अचर रहता है। सिद्ध कीजिये कि पथ का नैज समीकरण

$$s = A\psi^2 + B\psi + C \text{ रूप में होगा।}$$

#### UNIT - IV

#### ( इकाई-IV )

8. Of a particle is projected along the inside of a smooth vertical circle with a velocity just sufficient to take it to the highest point, then show that the pressure at the lowest point is six times the weight of the particle.

यदि एक कण, एक चिकने उर्ध्वाधर वृत्त के अन्दर एक ऐसे वेग से प्रक्षिप्त किया जाये कि वह ठीक वृत्त के सर्वोच्च बिन्दु तक पहुँच सके तो सिद्ध कीजिये कि निम्नतम बिन्दु पर दबाव कण के भार का छः गुणा होता है।

9. If a particle slides down from rest at the vertex of a cycloid, whose axis is vertical and vertex upwards. Show that the velocity at any point is due to fall from the tangent at the vertex.

एक कण एक चक्रज, जिसका अक्ष उर्ध्वाधर तथा शीर्ष ऊपर है, के शीर्ष पर विरामावस्था से फिसलता है। सिद्ध कीजिये कि किसी भी बिन्दु पर कण का वेग उतना ही होगा जितना कि यदि कण को शीर्ष बिन्दु पर स्पर्श रेखा से उस बिन्दु तक गिराये जाने में कण का वेग होगा।

## UNIT - V

### ( इकाई-V )

10. A thin circular tube of uniform bore is half filled with equal volumes of three liquids of specific gravities 3, 4 and 6 and is kept with its plane vertical. Prove that if the diameter joining the two free surfaces makes an angle  $\theta$  with the vertical then

$$\tan \theta = \frac{19}{\sqrt{3}}.$$

एक समान वेग की पतली वृत्ताकार नली उर्ध्वाधर समतल में स्थित है तथा 3, 4 एवं 6 आपेक्षिक घनत्व वाले 3 द्रवों के समान आयतनों से आधी भरी हुई है। सिद्ध कीजिये कि दोनों मुक्त पृष्ठों को मिलाने वाला व्यास उर्ध्वाधर

से  $\theta$  कोण बनाता है, तो  $\tan \theta = \frac{19}{\sqrt{3}}.$

11. A triangle ABC is immersed in a liquid with vertex C in surface and the sides BC and AC equally inclined to the surface; show that the vertical through C divides the triangle into two parts, the fluid pressure upon which are as  $b^2(b+3a):a^2(a+3b).$

एक त्रिभुज ABC एक द्रव में इस प्रकार निमज्जित किया गया है कि इसका शीर्ष C द्रव की सतह में है और भुजाएँ BC तथा AC सतह से बराबर कोण बनाती हैं, तो प्रदर्शित कीजिये कि C से गुजरने वाली उर्ध्वाधर रेखा त्रिभुज को दो भागों में विभाजित करती है जिन पर दाब  $b^2(b+3a):a^2(a+3b)$  के अनुपात में है।



**PART - C**  
**( खण्ड-स )**

12. A uniform chain of length  $l$  and weight  $W$ , hangs between two fixed points at the same level and weight  $W^1$  is attached at the middle point. If  $k$  be the sag in the middle, prove that the pull on either point of support is :

$$\frac{k}{2l}W + \frac{l}{4k}W^1 + \frac{l}{8l}W$$

1 लम्बाई की  $W$  भार वाली एकसमान जंजीर एक ही ऊँचाई पर दो स्थिर बिन्दुओं के मध्य लटकी हुई है तथा इसके मध्य बिन्दु पर एक भार  $W^1$  लटका हुआ है। यदि मध्य में झोल  $k$  हो तो सिद्ध करो कि आधार के किसी भी बिन्दु पर खिंचाव होगा :

$$\frac{k}{2l}W + \frac{l}{4k}W^1 + \frac{l}{8l}W$$

13. A particle is projected with velocity  $\mu$  from a point on a plane inclined at an angle  $\alpha$  to the horizontal. If  $R_1$  and  $R_2$  be the maximum ranges up and down the inclined plane, prove that

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \text{ is independent to the inclination of the plane.}$$

एक कण  $\mu$  वेग से नत समतल के किसी बिन्दु से जो क्षैतिज के साथ  $\alpha$  कोण बनाता है, फेंका जाता है। यदि  $R_1$  तथा  $R_2$  नत समतल के ऊपर की

ओर तथा नीचे की ओर अधिकतम परास हो तो सिद्ध करो कि  $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$  समतल के झुकाव पर निर्भर नहीं करता।

14. A light elastic string of natural length  $l$  and modulus of elasticity  $\lambda$  is hung by one end and to the other end is tied a particle of mass  $m$ . Discuss the motion of the particle.

एक  $l$  प्राकृत लम्बाई तथा  $\lambda$  प्रत्यास्था स्थिरांक की हल्की प्रत्यास्थ डोरी एक सिरे से लटकी हुई है तथा इसके दूसरे सिरे पर  $m$  द्रव्यमान का एक कण बांधा गया है। कण की गति की विवेचना करो।

15. A particle of unit mass is projected vertically upwards with velocity  $V$  in a medium whose resistance is  $kv$ . prove that particle will return to the point of projection with velocity  $U$ , where :

इकाई संहति का एक कण  $V$  वेग से उर्ध्वाधर दिशा में ऊपर की ओर एक ऐसे माध्यम में फेंका जाता है जिसका प्रतिरोध  $kv$  है। सिद्ध करो कि कण प्रक्षेप बिन्दु पर  $U$  वेग से लौटकर आयेगा जहाँ

$$U + V = \frac{g}{k} \log \frac{g + kV}{g - kU}$$

16. A parabolic lamina is held vertically under a fluid of uniform density such that the latusrectum is in the free surface. Find the centre of pressure.

एक परवल्यिक पटल किसी एक समघनत्व के तरल में उर्ध्वाधरतः इस प्रकार स्थित है कि नाभिलम्ब मुक्त-पृष्ठ में है। दाब केन्द्र ज्ञात कीजिये।