

Roll No.....

Total No. of Printed Pages : 11

3143-A

Third Year Science Examination, 2017

MATHEMATICS

Paper-III

(Discrete Mathematics)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 75

PART-A (खण्ड-अ) [Marks : 20

Answer all questions (50 words each).

All questions carry equal marks.

सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 50 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART-B (खण्ड-ब) [Marks : 35

Answer **five** questions (250 words each), selecting **one** from each Unit. All questions carry equal marks.

प्रत्येक इकाई में से एक-एक प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 250 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART-C (खण्ड-स)

[Marks : 20

Answer any **two** questions (300 words each).

All questions carry equal marks.

कोई दो प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 300 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART-A

(खण्ड-अ)

1. Answer the following questions :

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) Define Proposition.

साध्य की परिभाषा दीजिए।

(ii) Define Cartesian product of two sets.

दो समुच्चयों के कार्तीय गुणनफल की परिभाषा दीजिए।

(iii) Define Binary Relation.

द्विचर संबंध की परिभाषा दीजिए।

(iv) Define Graph.

ग्राफ की परिभाषा दीजिए।

(v) Define Tree with example.

वृक्ष की उदाहरण सहित परिभाषा दीजिए।

(vi) State Pumping Lemma.

पम्पिंग प्रमेयिका का कथन दीजिए।

(vii) Define Recurrence Relation with example.

पुनरावृत्ति संबंध की उदाहरण सहित परिभाषा दीजिए।

(viii) Define Generating function.

जनक फलन की परिभाषा दीजिए।

(ix) Define Switch.

स्विच की परिभाषा दीजिए।

(x) Define Lattice with example.

जालक की उदाहरण सहित परिभाषा दीजिए।

PART-B

(खण्ड-ब)

UNIT-I

(इकाई-I)

2. Let grammar $G = (V, T, S, P)$ where $V = \{S, A, B, a, b, c\}$. $T = \{a, b, c\}$; $P = \{S \rightarrow B A B, S \rightarrow A B A, A \rightarrow A B, B \rightarrow B A, A \rightarrow a A, A = ab, B \rightarrow b\}$ and starting symbol is S . Show that the word $\alpha = a b b b a a b a b$ for this grammar G belongs to the language $L(G)$.

माना $G = (V, T, S, P)$ एक व्याकरण है जहाँ $V = \{S, A, B, a, b, c\}$. $T = \{a, b, c\}$; $P = \{S \rightarrow B A B, S \rightarrow A B A, A \rightarrow A B, B \rightarrow B A, A \rightarrow a A, A = ab, B \rightarrow b\}$ एवं प्रारम्भिक प्रतीक S है। तब प्रदर्शित करें कि शब्द $\alpha = a b b b a a b a b$ व्याकरण G के लिए $L(G)$ में है।

3. State and prove the DeMorgan's Laws of sets.

डी-मोरगन के सिद्धांत समुच्चयों के लिए लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

UNIT-II
(इकाई-II)

4. Let R be a relation on the Set Z of integers defined by $(x, y) \in R \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 25 \forall x, y \in Z$. Then express R and R^{-1} as the set of ordered pairs and write down their domains.

माना पूर्णाकों के समुच्चय Z पर कोई संबंध R निम्न प्रकार से परिभाषित है $(x, y) \in R \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 25 \forall x, y \in Z$. तब R एवं R^{-1} को क्रमित युग्मों के समुच्चय के रूप में व्यक्त कीजिए तथा उनके प्रान्त भी लिखिए।

5. If (L, \leq) is a lattice with binary operations \vee and \wedge then for elements $a, b, c \in L$, prove :

(i) $a \leq b \Leftrightarrow a \wedge b = a$

(ii) $a \leq b \Leftrightarrow a \vee b = b$.

यदि (L, \leq) एक जालक है और \vee तथा \wedge इस पर परिभाषित द्विआधारी संक्रियाएँ हैं तो अवयवों $a, b, c \in L$ के लिए सिद्ध कीजिए-

(i) $a \leq b \Leftrightarrow a \wedge b = a$

(ii) $a \leq b \Leftrightarrow a \vee b = b$.

UNIT-III

(इकाई-III)

6. Prove : There is one and only one path between energy pair and distinct vertices is a tree T.

सिद्ध कीजिए कि वृक्ष T में किन्हीं भी दो भिन्न शीर्षों के मध्य एक और केवल एक पथ होता है।

7. Explain the following with examples :

निम्नलिखित को उदाहरण सहित समझाइए :

- (i) Finite State Machine.

परिमित अवस्था मशीन

- (ii) Language.

भाषा ।

UNIT-IV

(इकाई-IV)

8. Find the generating function of the following numeric functions :

(i) $a_r = 3_r + 2 ; r \geq 0$

(ii) $a_r = C(10, r) ; r \geq 0$.

निम्नलिखित संख्यांक फलनों के जनक फलन ज्ञात कीजिए:

(i) $a_r = 3r + 2 ; r \geq 0$

(ii) $a_r = C(10, r) ; r \geq 0.$

9. A person deposits Rs. 1000/- in her Bank Account at 9% interest Compounded annually. If a_r represents the amount at the end of r^{th} year, find a recurrence relation, boundary condition and the numeric function. Use principle of Inclusion and Exclusion.

एक व्यक्ति अपने बैंक खाते में 9% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 1000/- रुपये जमा कराती है। यदि $r^{\text{वें}}$ वर्ष के अंत में कुल जमा राशि को a_r से निरूपित किया जाए, तो पुनरावृत्ति संबंध, परिसीमा प्रतिबंध एवं संख्यांक फलन ज्ञात कीजिए। आविष्ट एवं उपवर्जन के सिद्धांत का उपयोग कीजिए।

UNIT-V

(इकाई-V)

10. Write note on Lattices and Boolean Algebra with examples.

जालक एवं बूलीय बीजगणित पर उदाहरण सहित नोट लिखिए।

11. Explain the following with examples :

निम्नलिखित को उदाहरण सहित समझाइए :

(i) Switches in series

स्विच श्रेणी क्रम में

(ii) Switches in parallel

स्विच समान्तर क्रम में

(iii) Equivalent switching circuits.

तुल्य स्विचिंग परिपथ।

PART-C

(खण्ड-स)

12. In a language survey of a college in Chennai, it was found that 900 students know English, 1200 students know Tamil and 750 students know Hindi, 450 students know English and Tamil, 300 students know English and Hindi while 200 students know Tamil and Hindi, 150 students know all the three languages. Find how many students know :

(i) Hindi only.

- (ii) At least one language.
- (iii) English and one but not both of Tamil and Hindi. Use Principle of Inclusion-Exclusion.
- (iv) At least two languages.

चेन्नई में किसी कॉलेज के विद्यार्थियों का भाषा सर्वेक्षण करने पर पाया गया कि 900 विद्यार्थी अंग्रेजी, 1200 विद्यार्थी तमिल, 750 विद्यार्थी हिन्दी जानते हैं। 450 विद्यार्थी अंग्रेजी एवं तमिल, 300 विद्यार्थी अंग्रेजी तथा हिन्दी और 200 विद्यार्थी तमिल एवं हिन्दी जानते हैं। 150 विद्यार्थी तीनों भाषाएँ जानते हैं। बताएँ कितने विद्यार्थी-

- (i) केवल हिन्दी
- (ii) कम से कम एक भाषा
- (iii) अंग्रेजी तथा एक अन्य भाषा तमिल और हिन्दी में से केवल एक परन्तु दोनों नहीं। आविष्टि और उपवर्जन का सिद्धांत प्रयोग में लें।
- (iv) कम से कम दो भाषाएँ जानते हैं।

13. Prove that the inverse relation of an equivalence relation on a non-empty set A is also an equivalence relation on A .

सिद्ध कीजिए कि अरिक्त समुच्चय A पर किसी तुल्यता संबंध का प्रतिलोम संबंध भी A पर एक तुल्यता संबंध होता है।

14. Given the finite state machine as following :

दिए हुए परिमित अवस्था मशीन :

$$I = \{a, b\}; O = \{0, 1\} S = \{S_0, S_1, S_2, S_3\}$$

$$f : S \times I \rightarrow S, g : S \times I \rightarrow O,$$

S	I	f		g	
		a	b	a	b
s_0		s_1	s_0	1	0
s_1		s_3	s_0	1	1
s_2		s_1	s_2	0	1
s_3		s_2	s_1	0	0

Draw the transition diagram of this finite state machine.

इस परिमित अवस्था मशीन का संक्रमण आरेख दीजिए।

15. Solve the following recurrence relations :

निम्नलिखित पुनरावृत्ति संबंधों को ज्ञात कीजिए :

(i) $a_r = a_{r-1} + a_{r-2}$; $r \geq 2, a_0 = 0, a_1 = 1$

(ii) $a_r + 5a_{r-1} + 6a_{r-2} = 2r^2 - 3r + 1.$

16. If a, b, c are any 3 arbitrary elements of the Boolean Algebra $\langle B, T, 0, 1 \rangle$ then prove that :

(i) $a + b = a + c$ and $a.b = a.c \Rightarrow b = c$

(ii) $(a + b) . (a^1 + c) = a.c + a^1.b.$

यदि a, b, c बूलीय बीजगणित $\langle B, T, 0, 1 \rangle$ के तीन स्वेच्छ अवयव हों, तो सिद्ध कीजिए :

(i) $a + b = a + c$ and $a.b = a.c \Rightarrow b = c$

(ii) $(a + b) . (a^1 + c) = a.c + a^1.b.$
