

Roll No.....

Total No. of Printed Pages : 8

1142

First Year (T.D.C.) Science Examination, 2017

MATHEMATICS

Paper-II

(Calculus)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

PART-A (खण्ड-अ) [Marks : 10

Answer all questions (50 words each).

All questions carry equal marks.

सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 50 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART-B (खण्ड-ब) [Marks : 25

Answer **five** questions (250 words each), selecting **one** from each Unit. All questions carry equal marks.

प्रत्येक इकाई में से एक-एक प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 250 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Answer any **two** questions (500 words each).

All questions carry equal marks.

कोई दो प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 500 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART-A

(खण्ड-अ)

1. Answer the following questions :

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) Define Pedal equation.

पदिक समीकरण को परिभाषित कीजिए।

(ii) Write the Statement of Rolle's theorem.

रोले के प्रमेय का कथन लिखिए।

(iii) Find the Asymptotes Parallel to the axes of the following curve :

$$(x^2 + y^2) x - ay^2 = 0.$$

निम्न वक्र की निर्देश अक्षों के समान्तर अनन्त स्पर्शी ज्ञात कीजिए :

$$(x^2 + y^2) x - ay^2 = 0.$$

(iv) Define Curvature.

वक्रता को परिभाषित कीजिए।

(v) Define Point of Inflexion.

नति परिवर्तन बिन्दु को परिभाषित कीजिए।

(vi) Define Beta Function.

बीटा फलन को परिभाषित कीजिए।

(vii) Define Rectification.

चाप कलन को परिभाषित कीजिए।

(viii) Define Exact differential equation.

यथातथ (यथार्थ) अवकल समीकरण को परिभाषित कीजिए।

(ix) Define Degree of a Differential Equation.

अवकलन समीकरण की धात को परिभाषित कीजिए।

(x) Define Clairaut's equation.

क्लारेट समीकरण को परिभाषित कीजिए।

PART-B

(खण्ड-ब)

UNIT-I

(इकाई-I)

2. Find ds/dt for the following curve :

निम्न वक्र के लिए ds/dt ज्ञात कीजिए :

$$x \sin t + y \cos t = f'(t)$$

$$x \cos t - y \sin t = f''(t).$$

3. Show that between any two roots of $e^x \cos x = 1$, there exists at least one root of $e^x \sin x = 1$.

प्रदर्शित कीजिए कि समीकरण $e^x \cos x = 1$ के किन्हीं दो मूलों के मध्य समीकरण $e^x \sin x = 1$ का कम-से-कम एक मूल विद्यमान होता है।

UNIT-II

(इकाई-II)

4. Show that four asymptotes of the following curve cut the curve again in eight point which lie on a circle of radius unity.

$$(x^2 - y^2)(y^2 - 4x^2) + 6x^3 - 5x^2y - 3xy^2 + 2y^3 - x^2 + 3xy - 1 = 0.$$

सिद्ध कीजिए कि निम्न वक्र की चारों अनन्त स्पर्शियाँ वक्र को पुनः आठ बिन्दुओं में काटती हैं जो इकाई त्रिज्या वाले वृत्त पर स्थित हैं।

$$(x^2 - y^2)(y^2 - 4x^2) + 6x^3 - 5x^2y - 3xy^2 + 2y^3 - x^2 + 3xy - 1 = 0.$$

5. Trace the following Cissoid :

$$y^2(2a - x) = x^3.$$

निम्न सिसायड का अनुरेखण कीजिए :

$$y^2(2a - x) = x^3.$$

UNIT-III

(इकाई-III)

6. To prove that

सिद्ध कीजिए

$$B(m, n) = \frac{\sqrt{(m)} \sqrt{(n)}}{\sqrt{(m + n)}}$$

7. Find the area common to the following circles :

$$r = a\sqrt{2} \text{ and } r = 2a \cos \theta.$$

निम्न वृत्तों का उभयनिष्ठ क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए :

$$r = a\sqrt{2} \text{ तथा } r = 2a \cos \theta.$$

UNIT-IV

(इकाई-IV)

8. Solve :

हल कीजिए :

$$(x-y-2) dx = (2x-2y-3) dy.$$

9. Solve :

हल कीजिए :

$$(\sin x \cos y + e^{2x}) dx + (\cos x \sin y + \tan y) dy = 0.$$

UNIT-V

(इकाई-V)

10. Using the substitutions $x^2 = u$ and $y^2 = v$, solve the following equation :

$$axy p^2 + (x^2 - ay^2 - b) p - xy = 0.$$

प्रतिस्थापन $x^2 = u$ तथा $y^2 = v$ का प्रयोग कर निम्न समीकरण को हल कीजिए :

$$axy p^2 + (x^2 - ay^2 - b) p - xy = 0.$$

11. Solve :

हल कीजिए :

$$(D^2 + 4D - 12) y = (x-1) e^{2x}.$$

PART-C

(खण्ड-स)

12. Show that the tangent to the curve $r = a \cos 2\theta$ at the point $\theta = \frac{\pi}{6}$ meets the initial line at a distance $\frac{a}{\sqrt{3}}$ from the pole.

सिद्ध कीजिए कि वक्र $r = a \cos 2\theta$ के बिन्दु $\theta = \frac{\pi}{6}$ पर स्पर्श रेखा आरम्भिक रेखा को ध्रुव से $\frac{a}{\sqrt{3}}$ दूरी पर मिलती है।

13. Prove that at any point on the equiangular spiral $r = ae^{\theta \cot \alpha}$, $\rho = r \operatorname{cosec} \alpha$ and that it subtends a right angle at the Pole.

सिद्ध कीजिए कि समान कोणिक सर्पिल $r = ae^{\theta \cot \alpha}$, के किसी बिन्दु पर $\rho = r \operatorname{cosec} \alpha$ होता है तथा यह ध्रुव पर समकोण अन्तरित करती है।

14. Find the perimeter of the Cardioid $r = a(1 + \cos \theta)$. Also prove that the arc of the upper half of the cardioid is bisected by $\theta = \frac{\pi}{3}$.

हृदयाभ (कार्डियोइड) $r = a(1 + \cos \theta)$ का परिमाण ज्ञात कीजिए। यह भी सिद्ध कीजिए कि कार्डियोइड का ऊपरी अर्धभाग चाप $\theta = \frac{\pi}{3}$ से समद्विभाजित होता है।

15. (a) Solve :

हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} = e^{x-y} (e^x - e^y).$$

(a) Solve :

हल कीजिए :

$$(1 + y^2)dx = (\tan^{-1} y - x)dy.$$

16. Solve :

हल कीजिए :

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - 3y = x^2 \log x.$$
