

Roll No.....

Total No. of Printed Pages : 12

1182

First Year (T.D.C.) Science Examination, 2017

STATISTICS

(Probability Theory)

Paper-II

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

PART-A (खण्ड-अ) [Marks : 10

Answer all questions (50 words each).

All questions carry equal marks.

सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 50 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART-B (खण्ड-ब) [Marks : 25

Answer **five** questions (250 words each), selecting **one** from each Unit. All questions carry equal marks.

प्रत्येक इकाई में से **एक-एक** प्रश्न चुनते हुए, कुल **पाँच** प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 250 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

1182/AG/430/8

P. T. O.

PART-C (खण्ड-स) [Marks : 15

Answer any **two** questions (300 words each).

All questions carry equal marks.

कोई दो प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 300 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART-A

(खण्ड-अ)

1. Answer the following questions :

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) Define probability of an event.

किसी घटना की प्रायिकता को परिभाषित कीजिए।

(ii) Define sample space if two coins are tossed together.

दो सिक्कों को एक-साथ उछालने पर प्रतिदर्श समूह को दर्शाइए।

(iii) Define Conditional probability.

सप्रतिबन्ध प्रायिकता को परिभाषित कीजिए।

(iv) If two events A and B are independent then $P(A \cap B)$ is equal to :

यदि दो घटनाएँ A और B स्वतंत्र घटनाएँ हों, तो $P(A \cap B)$ का मान होगा।

(v) Define continuous random variable.

सतत् यादृच्छिक चर की परिभाषा दीजिए।

(vi) Give an example of discrete random variable.

एक असतत् यादृच्छिक चर का उदाहरण दीजिए।

(vii) State Addition Law of Mathematical expectation.

गणितीय प्रत्याशा के योग नियम को व्यक्त कीजिए।

(viii) Define Mathematical expectation.

गणितीय प्रत्याशा को परिभाषित कीजिए।

(ix) What does 2nd cumulant (K_2) give?

दूसरे क्रम का संचयांश (K_2) क्या देता है?

(x) Define characteristic functions of a random variable.

एक यादृच्छिक चर के अभिलक्षण फलन की परिभाषा दीजिए।

PART-B

(खण्ड-ब)

UNIT-I

(इकाई-I)

2. (a) Prove that for two events A and B :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

दो घटनाओं A तथा B के लिए सिद्ध कीजिए :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

(b) If two dice are thrown together, what is probability that the sum of the number shown 5 is?

दो पासों के एक-साथ फेंकने पर अंकों का योग 5 आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

3. Explain mutually exclusive and independent events by giving an examples.

परस्पर अपवर्जी और स्वतंत्र घटनाओं को उदाहरण देकर समझाइए।

UNIT-II

(इकाई-II)

4. State and prove multiplication law of probability.

प्रायिकता के गुणन नियम को व्यक्त एवं सिद्ध कीजिए।

5. (a) What do you understand by conditional probability?

सप्रतिबन्ध प्रायिकता से आप क्या समझते हैं?

- (b) A bag contains 5 white and 3 black balls. Two balls are drawn at random one after other without replacement, find the probability that both balls drawn are black.

एक बैग में 5 सफेद एवं 3 काली गेंदें हैं। दो गेंदें यादृच्छिक रूप से एक के बाद एक निकाली गईं जिनमें प्रथम बार की गेंद वापिस बैग में नहीं डाली गई, तो दोनों काली गेंदों के आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

UNIT-III

(इकाई-III)

6. What do you understand by continuous random variable? Explain probability mass function and probability density function.

सतत् यादृच्छिक चर से आप क्या समझते हैं? प्रायिकता द्रव्यमान फलन तथा प्रायिकता घनत्व फलन को समझाइए।

7. (a) Explain discrete random variable with an example.

असतत् यादृच्छिक चर को उदाहरण सहित समझाइए।

- (b) A random variable X has the following probability function :

$$X : -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3$$

$$P(x) : 0.1 \quad K \quad 0.2 \quad 2K \quad 0.3 \quad 3K.$$

Find : (i) Value of K

(ii) Evaluate $P(X < 1)$.

एक यादृच्छिक चर का प्रायिकता फलन निम्न है :

$$X : -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3$$

$$P(x) : 0.1 \quad K \quad 0.2 \quad 2K \quad 0.3 \quad 3K.$$

ज्ञात कीजिए : (i) K का मान

(ii) $P(X < 1)$ की गणना कीजिए।

UNIT-IV

(इकाई-IV)

8. If X and Y are two independent random variables, prove that :

$$E (XY) = E (X) E (Y).$$

यदि X और Y दो स्वतंत्र चर हों, तो सिद्ध कीजिए :

$$E (XY) = E (X) E (Y).$$

9. (a) Explain conditional expectation.

सप्रतिबंध प्रत्याशा को समझाइए।

- (b) If X is a random variable then what is $E (aX + b)$?

यदि X एक यादृच्छिक चर हों, तो $E (aX + b)$ का मान क्या होगा?

UNIT-V

(इकाई-V)

10. Define moment generating function (m.g.f.) of a random variable X . State and prove additive property of m.g.f. .

यादृच्छिक चर X के आघूर्णजनक फलन की परिभाषा दीजिए। आघूर्णजनक फलन के योग गुणधर्म को व्यक्त एवं सिद्ध कीजिए।

11. Define Cumulants. State and prove additive property of cumulants.

संचयों को परिभाषित कीजिए। संचयांश के योग गुण को व्यक्त एवं सिद्ध कीजिए।

PART-C

(खण्ड-स)

12. Give axiomatic approach to probability. Four cards are drawn at random from a pack of cards.

What is the probability that :

- (i) Two cards are Black and two are Red.
- (ii) Two Kings and two Queens.

प्रायिकता के अभिगृहीतीय विवेचन को बताइए। ताश की गड्डी में से चार पत्ते यादृच्छिक रूप से निकाले गए हैं, तो प्रायिकता क्या होगी कि :

- (i) दो पत्ते काले एवं दो पत्ते लाल।
- (ii) दो पत्ते राजा एवं दो पत्ते रानी की हों।

13. State and prove Bayes' theorem.

बेज प्रमेय को व्यक्त एवं सिद्ध कीजिए।

14. Explain joint, marginal and conditional probability distribution with an examples.

संयुक्त, सीमान्त तथा प्रतिबन्धी प्रायिकता बंटनों को उदाहरण सहित समझाइए।

15. (a) Prove that :

$$(i) \quad V(aX + b) = a^2V(X)$$

$$(ii) \quad \text{Cov.}(X + a, y + b) = \text{Cov.}(X, y).$$

सिद्ध कीजिए :

$$(i) \quad V(aX + b) = a^2V(X)$$

$$(ii) \quad \text{Cov.}(X + a, y + b) = \text{Cov.}(X, y).$$

(b) Let X be a random variable with the following probability distribution :

X	:	-3	6	9
$P(X)$:	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$

Find: $E(X)$, $E(X^2)$ and using law of expectation evaluate $E(2X-2)^2$.

ज्ञात कीजिए : $E(X)$, $E(X^2)$ और प्रत्याशा के नियम की सहायता से $E(2X-2)^2$ का मान ज्ञात कीजिए।

16. (a) Write down the properties of characteristic function of a random variable.

एक यादृच्छिक चर के अभिलक्षण फलन की विशेषताएँ लिखिए।

- (b) Find m.g.f. of $U = \frac{X-a}{h}$.

$U = \frac{X-a}{h}$ का आघूर्णजनक फलन ज्ञात कीजिए।
