

1142/Arts
I Year Arts Examination, 2017

MATHEMATICS

Paper-II

(Calculus)

Time : Three Hours

Maximum Marks : 65

PART - A (खण्ड-अ)

[Marks : 20

Answer all questions (50 words each).

All questions carry equal marks.

सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर पचास शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART - B (खण्ड-ब)

[Marks : 25

Answer *five* questions (250 words each).

Selecting *one* from each unit. All questions carry equal marks.

प्रत्येक इकाई से एक-एक प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्न कीजिए।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 250 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART - C (खण्ड-स)

[Marks : 20

Answer any *two* questions (300 words each).

All questions carry equal marks.

कोई दो प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 300 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART - A

(खण्ड-अ)

UNIT - I

(इकाई-I)

1. (i) Define a pedal equation.

पदिक समीकरण को परिभाषित कीजिये।

- (ii) State Roll's theorem.

रोल प्रमेय का प्रकथन लिखिये।

UNIT - II

(इकाई-II)

- (iii) Find the asymptote parallel to axes of the curve

$$\frac{a^2}{x^2} - \frac{b^2}{y^2} = 1.$$

वक्र $\frac{a^2}{x^2} - \frac{b^2}{y^2} = 1$ की अक्षों के समान्तर अनन्त स्पर्शियाँ ज्ञात

कीजिये।

- (iv) Write the formula for radius of curvature of polar curves.

ध्रुवीय वक्रों की वक्रता त्रिज्या का सूत्र लिखिये।

UNIT - III

(इकाई-III)

- (v) Write the relation between Beta and Yamma function.

बीटा तथा गामा फलन में सम्बन्ध लिखिये।

- (vi) Define quadrature.

क्षेत्रकलन को परिभाषित कीजिये।

UNIT - IV

(इकाई-IV)

- (vii) Write the degree and order of the differential equation

$$K \frac{d^2 y}{dx^2} = \left\{ 1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right\}^{\frac{3}{2}}$$

निम्न अवकल समीकरण की घात तथा $K \frac{d^2 y}{dx^2} = \left\{ 1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right\}^{\frac{3}{2}}$

लिखिये।

- (viii) Define a linear differential equation and write its standard form.

रेखीय अवकल समीकरण को परिभाषित कर इसका मानक रूप लिखिये।

UNIT - V

(इकाई-V)

(ix) Solve $p^2 - 9p + 18 = 0$.

समीकरण $p^2 - 9p + 18 = 0$ को हल कीजिये।

(x) Write the complementary function of the differential equation $(D^3 + 1)y = 0$.

अवकल समीकरण $(D^3 + 1)y = 0$ का पूरक फलन ज्ञात कीजिये।

PART - B

(खण्ड-ब)

UNIT - I

(इकाई-I)

2. Find the Pedal equation of the Parabola $y^2 = 4a(n+1)$.

परवलय $y^2 = 4a(n+1)$ का पदिक समीकरण ज्ञात कीजिये।

3. State Lagrange's mean value theorem and find C of the mean value theorem if

$$f(x) = x(x-1)(x-2), a = 0 \text{ and } b = \frac{1}{2}$$

लेग्रांज मध्यमान प्रमेय का कथन लिखिये तथा निम्न फलन

$$f(x) = x(x-1)(x-2), \text{ जहाँ } a=0 \text{ तथा } b = \frac{1}{2} \text{ का मध्यमान प्रमेय}$$

से का मान ज्ञात कीजिये।

UNIT - II

(इकाई-II)

4. Find the radius of curvature at the point $\left(\frac{39}{2}, \frac{39}{2}\right)$ on Folium

$$x^3 + y^3 = 3axy.$$

फोलियम $x^3 + y^3 = 3axy$ के बिन्दु $\left(\frac{39}{2}, \frac{39}{2}\right)$ पर वक्रता त्रिज्या ज्ञात

कीजिये।

5. Trace the curve $y^2(a+x) = x^2(a-x)$.

वक्र $y^2(a+x) = x^2(a-x)$ का अनुरेखण कीजिये।

UNIT - III

(इकाई-III)

6. Evaluate $\int_0^a x^2 (a^2 - x^2)^{3/2} dx$.

$\int_0^a x^2 (a^2 - x^2)^{3/2} dx$ का मान ज्ञात कीजिये।

7. Find the area included between the following curve

$xy^2 = 4a^2(2a - x)$ and its asymptote.

वक्र $xy^2 = 4a^2(2a - x)$ तथा उसके अनन्त स्पर्शी के मध्य का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।

UNIT - IV

(इकाई-IV)

8. Solve (हल कीजिये) : $y - x \frac{dy}{dx} = x + y \frac{dy}{dx}$.

9. Solve (हल कीजिये) : $(x^2y - 2xy)dx - (x^3 - 3x^2y)dy = 0$.

UNIT - V

(इकाई-V)

10. Solve (हल कीजिये) : $y - 2xp + ayp^2 = 0$.

11. Solve (हल कीजिये)

$$(D^4 + 2D^3 - 3D^2)y = x^2 + 3e^{2x} + 4\sin x.$$

PART - C

(खण्ड-स)

UNIT - I

(इकाई-I)

12. For the curve $r^m = a^m \cos m\theta$ prove that

वक्र $r^m = a^m \cos m\theta$ के लिये सिद्ध कीजिये कि :

(a) $\frac{ds}{d\theta} = \frac{a^m}{r^{m-1}} = a(\sec m\theta)^{\frac{m-1}{m}}$

(b) $a^{2m} \frac{d^2r}{ds^2} + mr^{2m-1} = 0$

UNIT - II

(इकाई-II)

13. Find all the asymptotes of the curve :

$$(y-2x)^2(3x+4y)+3(y-2x)(3x+4y)-5=0$$

वक्र $(y-2x)^2(3x+4y)+3(y-2x)(3x+4y)-5=0$ की सभी अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिये।

UNIT - III

(इकाई-III)

14. Find the whole length of the Astroid $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$.

एस्ट्रॉयड $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ की सम्पूर्ण लम्बाई ज्ञात कीजिये।

UNIT - IV

(इकाई-IV)

15. Solve (हल कीजिये) : $(3xy - 2ay^2)dx + (x^2 - 2axy)dy = 0$.

UNIT - V

(इकाई-V)

16. Solve : $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - 3y = x^2 \log x$

समीकरण $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - 3y = x^2 \log x$ को हल कीजिये।