FOR REFERENCE ONLY

1143/Arts

I Year Arts Examination, 2017

MATHEMATICS

Paper–III

(Geometry)

Time : Three Hours
Maximum Marks : 65

PART - A (खण्ड-अ) [Marks : 20

Answer all questions (50 words each).
All questions carry equal marks.
सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर पचास शब्दों से अधिक न हो।
सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART - B (खण्ड-ब) [Marks : 25

Answer *five* questions (250 words each).
Selecting *one* from each unit. All questions carry equal marks.
प्रत्येक इकाई से **एक-एक** प्रश्न चुनते हुए, कुल **पाँच** प्रश्न कीजिए।
प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 250 शब्दों से अधिक न हो।
सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART - C (खण्ड-स) [Marks : 20

Answer any *two* questions (300 words each).
All questions carry equal marks.
कोई **दो** प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 300 शब्दों से अधिक न हो।
सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART - A

(खण्ड-अ)

UNIT - I

(इकाई-I)

1. (i) Find the equation of the ellipse whose focus is (0, 1), directrix $x + y = 0$ and eccentricity is $\frac{1}{2}$.

उस दीर्घवृत्त का समीकरण ज्ञात करो जिसकी नाभि (0, 1), नियता $x + y = 0$ तथा उत्केन्द्रता $\frac{1}{2}$ है।

(ii) Define diameter of an ellipse.

दीर्घवृत्त के व्यास को परिभाषित कीजिये।

UNIT - II

(इकाई-II)

(iii) Taking axes of hyperbola as coordinate axes, find its equation when the distance between the focii is 16 and eccentricity is $\sqrt{2}$.

अतिपरवलय के अक्षों को निर्देशी अक्ष मानकर इसका समीकरण ज्ञात कीजिए जबकि नाभियों के बीच दूरी 16 तथा उत्केन्द्रता $\sqrt{2}$ है।

(iv) Write the formula for the distance between two points in polar coordinates.

ध्रुवीय निर्देशांक में दो बिन्दुओं के बीच दूरी का सूत्र लिखिए।

UNIT - III
(इकाई-III)

(v) Write the formula for the angle between two lines.
दो रेखाओं के बीच के कोण ज्ञात करने का सूत्र लिखिए।

(vi) Write the condition for two lines to be coplaner.
दो रेखाओं के समतलीय होने का प्रतिबन्ध लिखिए।

UNIT - IV
(इकाई-IV)

(vii) Write the centre and radius of the sphere :
गोले का केन्द्र एवं त्रिज्या लिखिए :

$$2x^2+2y^2+2z^2-7x+11y-8z-7=0$$

(viii) Write the condition for orthogonality of two spheres.
दो गोलों के लम्बकोणीय काटने का प्रतिबन्ध लिखिये।

UNIT - V
(इकाई-V)

(ix) Define director sphere.
नियामक गोला की परिभाषा लिखिए।

(x) Define conjugate semi diameter of conicoid.
शांकवज के संयुग्मी अर्धव्यास की परिभाषा लिखिए।

PART - B
(खण्ड-ब)
UNIT - I
(इकाई-I)

2. Find the asymptotes and equation of the conjugate hyperbola of the hyperbola :

$$6x^2-7xy-3y^2-2x-8y-6=0$$

अतिपरवलय $6x^2 - 7xy - 3y^2 - 2x - 8y - 6 = 0$ का अनन्तस्पर्शी तथा संयुग्मी अतिपरवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए।

3. If the lines $lx + my + n = 0$ and $l'x + m'y + n' = 0$ be the conjugate lines for the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ then prove that

$a^2ll' + b^2mm' = nn'$.

यदि रेखाएँ $lx + my + n = 0$ and $l'x + m'y + n' = 0$ दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ के सापेक्ष संयुग्मी रेखाएँ हैं तो सिद्ध कीजिए

$a^2ll' + b^2mm' = nn'$.

UNIT - II

(इकाई-II)

4. Find the condition for the line $x\cos\alpha + y\sin\alpha = p$ to be the normal to the hyperbola $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.

रेखा $x\cos\alpha + y\sin\alpha = p$ के अतिपरवलय $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ का अभिलम्ब होने का प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिए।

5. A circle of given radius passing through the focus S of a given conic intersects it in A, B, C, D. Show that SA . SB . SC. SD is constant.

एक दिये शांकव की नाभि S से गुजरने वाले वृत्त की त्रिज्या दी हुई हो तथा वृत्त शांकव को बिन्दुओं A, B, C, D पर काटता हो तो सिद्ध कीजिए कि SA . SB . SC. SD अचर है।

UNIT - III

(इकाई-III)

6. Find the shortest distance between the lines :

रेखाओं के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए :

$$\frac{x+1}{7}=\frac{y+1}{-6}=\frac{z+1}{1},\frac{x-3}{1}=\frac{y-5}{-2}=\frac{z-7}{1}$$

7. Find the equation of the plane through the intersection of the planes 2x + 2y – 3z and 2x + 5y + 3z = 9 and passing through the point (2, 1, 3).

समतलों 2x + 2y – 3z तथा 2x + 5y + 3z = 9 के प्रतिच्छेदन से गुजरने वाले उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु (2, 1, 3) से गुजरे।

UNIT - IV

(इकाई-IV)

8. Find the limiting points of the system of coaxial spheres.

गोलों से प्राप्त समाक्ष निकाय के सीमान्त बिन्दु ज्ञात कीजिए :

$$x^2+y^2+z^2+3x-3y+6=0$$

$$x^2+y^2+z^2-6y-6z+6=0$$

9. If $\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{3}$ represents one of the three mutually perpendicular generators of the cone $5yz-8zx-3xy=0$. Find the equations of the other two generators.

यदि $\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{3}$ शंकु $5yz-8zx-3xy=0$ के तीन परस्पर समकोणिक जनकों में से एक है तो अन्य दो जनकों के समीकरण ज्ञात कीजिए।

UNIT - V

(इकाई–V)

10. Prove that the centre of the section of the ellipsoid $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ by the plane through the three extremities of the different axes is the centroid of the triangle formed by those extremities.

सिद्ध कीजिए की विभिन्न अक्षों के तीन छोरों से गुजरने वाले समतल द्वारा दीर्घवृत्तज $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ के परिच्छेद का केन्द्र इन छोरों द्वारा निर्मित त्रिभुज का केन्द्रक है।

11. Prove that the locus of the foot of the perpendicular drawn from the centre of the ellipsoid $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ to any of its tangent plane is :

$$a^2x^2+b^2y^2+c^2z^2=\left(x^2+y^2+z^2\right)^2$$

दीर्घवृत्तज $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ के स्पर्श तल पर इसके केन्द्र से लम्ब डाला गया है। सिद्ध कीजिए कि लम्ब के पाद का बिन्दु पथ है :

$$a^2x^2+b^2y^2+c^2z^2=\left(x^2+y^2+z^2\right)^2$$

PART - C
(खण्ड-स)
UNIT - I
(इकाई-I)

12. Trace the conic :

शांकव का अनुरेखण कीजिए :

$$9x^2+24xy+16y^2-2x+14y+1=0$$

UNIT - II
(इकाई-II)

13. Obtain the polar equation of the tangent to the circle $r=2a\cos\theta$ at a point whose vectorial angle is 'α'.

वृत्त $r=2a\cos\theta$ के सदिश कोण 'α' वाले बिन्दु पर स्पर्श रेखा का ध्रुवीय समीकरण ज्ञात कीजिए।

UNIT - III

(इकाई-III)

14. Prove that the following lines are coplaner.

सिद्ध कीजिए कि निम्न रेखाएँ समतलीय है।

$$\frac{x+3}{-3}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-5}{5}, \frac{x+1}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-5}{5}$$

UNIT - IV

(इकाई-IV)

15. Find the equation of the right circular cylinder whose guiding curve is the circle

$$x^2+y^2+z^2=9, x-2y+2z=3$$

उस लम्ब वृत्तीय वेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका निर्देशक वक्र वृत्त $x^2+y^2+z^2=9, x-2y+2z=3$ है।

UNIT - V

(इकाई-V)

16. Find the equation of the plane through the extrimities of three conjugate semidiameters of an ellipsoid and show that it touches of fixed sphere.

दीर्घ वृत्तज के तीन संयुग्मी अर्धव्यासों के छोरों से गुजरने वाले समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए तथा प्रदर्शित कीजिए कि यह एक स्थिर गोले को स्पर्श करता है।