

Second Year Arts EXAMINATION, 2017

MATHEMATICS

Paper II

(Differential Equations)

Time allowed : Three Hours

Maximum Marks : 100

Part A (खण्ड 'अ') [Marks : 20]

Answer all questions (50 words each).

All questions carry equal marks.

सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर पचास शब्दों से अधिक न हो। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Part B (खण्ड 'ब') [Marks : 50]

Answer five questions (250 words each),

selecting one question from each Unit.

All questions carry equal marks.

प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 250 शब्दों से अधिक न हो। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Part C (खण्ड 'स') [Marks : 30]

Answer any two questions (300 words each).

All questions carry equal marks.

कोई दो प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 300 शब्दों से अधिक न हो। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Part A (खण्ड 'अ')

Unit I (इकाई I)

1. (i) Define exact differential equation.

यथार्थ अवकल समीकरण को परिभाषित कीजिये।

- (ii) Write auxiliary equation :

$$Pdx + Qdy + Rdz = 0$$

सहायक समीकरण लिखिए :

$$Pdx + Qdy + Rdz = 0$$

Unit II (इकाई II)

- (iii) Write the condition and complementary function of the differential equation :

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 2x(1+x) \frac{dy}{dx} + 2(1+x)y = x^3$$

अवकल समीकरण :

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 2x(1+x) \frac{dy}{dx} + 2(1+x)y = x^3$$

का पूरक फलन तथा उसकी शर्त लिखिए ।

- (iv) Define linear differential equation of second order.

द्वितीय कोटि के रैखिक अवकल समीकरण को परिभाषित कीजिए ।

Unit III (इकाई III)

- (v) Form a partial differential equation from the equation :

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + z^2 = c^2$$

समीकरण :

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + z^2 = c^2$$

से आंशिक अवकल समीकरण बनाइए ।

(vi) Write the complete integral of the equation :

$$q = e^{-p/\alpha}$$

समीकरण :

$$q = e^{-p/\alpha}$$

का पूर्ण समाकल लिखिए ।

Unit IV (इकाई IV)

(vii) Solve :

हल कीजिए :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

(viii) Write the subsidiary equation of Monge's method.

मोंगे विधि की सहायक समीकरण लिखिए ।

Unit V (इकाई V)

(ix) Write the Bessel function of first kind of order n .

n कोटि का प्रथम प्रकार का बेसल फलन लिखिए।

- (x) What do you mean by singular points and general solution of second order linear differential equation ?

द्वितीय कोटि के रैखिक अवकल समीकरण के विचित्र बिन्दु तथा व्यापक हल से आप क्या समझते हैं ?

Part B (खण्ड 'ब')

Unit I (इकाई I)

2. Solve :

हल कीजिए :

$$D^2x + m^2y = 0$$

$$D^2y - m^2x = 0$$

3. Solve :

हल कीजिए :

$$\frac{dx}{y^3x - 2x^4} = \frac{dy}{2y^4 - x^3y} = \frac{dz}{9z(x^3 - y^3)}$$

Unit II (इकाई II)

4. Solve :

हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - x^2 \frac{dy}{dx} + xy = x$$

5. Solve by method of variation of parameters :

प्राचल विचरण विधि से हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - y = \frac{2}{1 + e^x}$$

Unit III (इकाई III)

6. Find the complete integral of :

पूर्ण समाकल ज्ञात कीजिये :

$$q^2 y^2 = z(z - px)$$

7. Solve :

हल कीजिए :

$$x^2 p^2 + y^2 q^2 = z^2$$

Unit IV (इकाई IV)

8. Solve by Charpit's method :

चारपिट विधि से हल कीजिये :

$$pxy + pq + qy = yz$$

9. Solve :

हल कीजिए :

$$r + (a + b)s + abt = xy$$

Unit V (इकाई V)

10. Solve in series the following linear differential equation :

निम्न रैखिक अवकल समीकरण का श्रेणी हल ज्ञात कीजिए :

$$x^2 y'' + x^2 y' - 2y = 0$$

11. Find the power series solution about $x = 0$.

$x = 0$ के परितः घात श्रेणी हल ज्ञात कीजिये :

$$(1 - x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} + 2y = 0$$

Part C (खण्ड 'स')

Unit I (इकाई I)

12. Solve :

हल कीजिए :

$$y \frac{d^2 y}{dx^2} - \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 = y^2 \log y$$

Unit II (इकाई II)

13. (a) Solve :

हल कीजिए :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \tan x \frac{dy}{dx} + 5y = e^x \sec x$$

(b) Solve by method of operational factors :

संकारक गुणांक विधि से हल कीजिए :

$$x \frac{d^2 y}{dx^2} + (1-x) \frac{dy}{dx} - y = e^x$$

Unit III (इकाई III)

14. (a) Solve :

हल कीजिए :

$$(y^2 + z^2 - x^2) p - 2xyq + 2xz = 0$$

(b) Solve :

हल कीजिए :

$$(x^2 + y^2)(p^2 + q^2) = 1$$

Unit IV (इकाई IV)

15. Solve :

हल कीजिए :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial z}{\partial x} + 2 \frac{\partial z}{\partial y} = e^{2x+3y}$$

$$+ \sin(2x+y) + xy$$

Unit V (इकाई V)

16. Find the series solution of the linear differential equation :

निम्न रैखिक अवकल समीकरण का श्रेणी हल ज्ञात कीजिये :

$$4xy'' + 2y' + y = 0$$