This question paper contains 8+4 printed pages]

2143

Second Year Arts EXAMINATION, 2017

MATHEMATICS

Paper III

(Mechanics)

Time allowed : Three Hours

Maximum Marks : 65

Part A (खण्ड 'अ') [Marks : 20]

*Answer all questions (**50** words each).*

***All** questions carry equal marks.*

***सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर **पचास** शब्दों से अधिक न हो। **सभी** प्रश्नों के अंक समान हैं।*

Part B (खण्ड 'ब') [Marks : 25]

*Answer five questions (**250** words each), selecting **one** question from each Unit.*

***All** questions carry equal marks.*

*प्रत्येक इकाई से **एक** प्रश्न चुनते हुए, कुल **पाँच** प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर **250** शब्दों से अधिक न हो। **सभी** प्रश्नों के अंक समान हैं।*

P.T.O.

Part C (खण्ड 'स') [Marks : 20]

*Answer any two questions (**300** words each).*

***All** questions carry equal marks.*

*कोई **दो** प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर **300** शब्दों से अधिक न हो। **सभी** प्रश्नों के अंक समान हैं।*

Part A (खण्ड 'अ')

1. Answer *all* questions.

सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

Unit I (इकाई I)

(*i*) Define friction and type of friction.

घर्षण और घर्षण के प्रकार को परिभाषित कीजिए।

(*ii*) Find the equation of resultant.

परिणामी का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Unit II (इकाई II)

(*iii*) Write the principle of virtual work for a system of coplaner forces acting on a particle.

किसी कण पर क्रियाशील समतलीय बल निकाय के लिए कल्पित कार्य-सिद्धान्त लिखिए।

(*iv*) Find the tension in a string or thrust in a rod.

डोरी में तनाव या दण्ड में प्रणोद ज्ञात कीजिए।

Unit III (इकाई III)

(*v*) Define Radial and Transverse velocities.

अरीय एवं अनुप्रस्थ वेग को परिभाषित कीजिए।

(*vi*) Define nature of Simple Harmonic Motion (S.H.M.).

सरल आवर्त गति की प्रकृति को परिभाषित कीजिए।

Unit IV (इकाई IV)

(*vii*) Define cycloidal motion.

चक्रीय गति को परिभाषित कीजिए।

(*viii*) Write value of Latus rectum of a parabolic path.

परवलीय पथ के नाभिलम्ब का मान लिखिए।

Unit V (इकाई V)

(*ix*) Find the specific gravity of a mixture of n different substances of given volumes and specific gravities.

विभिन्न पदार्थों के मिश्रण का विशिष्ट घनत्व ज्ञात कीजिए जबकि उनके आयतन एवं विशिष्ट घनत्व दिये गये हों।

(*x*) Define centre of pressure.

दाब केंद्र की परिभाषा लिखिये।

Part B (खण्ड 'ब')

Unit I (इकाई I)

2. A uniform wire AOB is bent at O into two straight portions inclined at an angle θ, OA and OB being of length a and b respectively. If OB is horizontal when the wire is suspended from A, prove that :

$$\cos\theta = \frac{b^2}{a(a+2b)}.$$

एक एकसमान तार AOB, O पर दो सीधे भागों में मोड़ा गया है, जिनके मध्य कोण θ है। AO और OB की लम्बाई क्रमशः a और b है। सिरे A से तार को लटकाने पर OB क्षैतिज रहता हो, तो सिद्ध कीजिए :

$$\cos\theta = \frac{b^2}{a(a+2b)}.$$

3. A heavy uniform string 90 cm long, hangs over two smooth pegs at different heights. The parts being hang vertically are of length 30 and 33 cm. Prove that the vertex of the catenary divides the whole string in the ratio 4 : 5, and find the distance between the pegs.

एक 90 सेमी भारी एकसमान रस्सी विभिन्न ऊँचाइयों की दो चिकनी खूंटियों पर लटकती है। ऊर्ध्वाधर लटकने वाले भागों की लम्बाइयाँ 30 तथा 33 सेमी हैं। सिद्ध कीजिये कि कैटिनरी का शीर्ष कुल रस्सी को 4 : 5 के अनुपात में विभाजित करता है तथा खूंटियों के मध्य दूरी ज्ञात कीजिये।

Unit II (इकाई II)

4. Five weightless rods of equal lengths are joined together so as to form a rhombus ABCD with one diagonal BD. If a weight W be attached to C and the system be suspended from A, show that there is thrust in BD equal to $\frac{W}{\sqrt{3}}$.

समान लम्बाई के पाँच भारहीन दण्ड परस्पर जोड़े गए हैं ताकि एक विकर्ण BD सहित समचतुर्भुज ABCD बने। यदि C पर एक भार W बांध दिया जाये और निकाय को A से लटकाया जाये, तो सिद्ध कीजिए कि BD में प्रणोद $\frac{W}{\sqrt{3}}$ के तुल्य है।

5. A body is projected at an angle α to the horizon so as to just clear two walls of equal heights a at a distance $2a$ apart. Show that the range is equal to $2a \cot \frac{\alpha}{2}$.

एक पिण्ड को क्षैतिज से α कोण पर इस प्रकार फेंका जाता है कि ये दो समान ऊँचाई a की दीवारें जो $2a$ दूरी पर हैं, ठीक पार करता है। सिद्ध कीजिए कि परास का मान $2a \cot \frac{\alpha}{2}$ है।

Unit III (इकाई III)

6. A particle describes equiangular spiral $r = ae^{(m\theta)}$ with constant speed. Find the radial and transverse component of its velocity and acceleration.

एक कण समानकोणिक सर्पिल $r = ae^{(m\theta)}$ में समान चाल से चलता है। इसके अरीय और अनुप्रस्थ वेग तथा त्वरण ज्ञात कीजिए।

7. A particle starts from rest at infinity and falls on the surface of the earth. Find its velocity at the surface and at the centre of the earth.

यदि कोई कण अनन्त दूरी से विरामावस्था से पृथ्वी तल पर गिरता है, तो पृथ्वी तल पर तथा पृथ्वी के केन्द्र पर पहुँचने पर उसका वेग ज्ञात कीजिए।

Unit IV (इकाई IV)

8. A heavy particle hangs from a point by a string of length a. It is projected horizontally with velocity U such that $u^2 = (2+\sqrt{3})\,ag$. Show that the string becomes slack when it has described an angle $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{3}\right)$ with the vertical.

एक भारी कण a लम्बाई की रस्सी द्वारा किसी बिन्दु से लटकाया जाता है और फिर क्षैतिज दिशा में U वेग से, जहाँ $u^2 = (2+\sqrt{3})\,ag$ प्रक्षिप्त किया जाता है। सिद्ध कीजिए कि डोरी उस समय ढीली होगी जब वह ऊर्ध्वाधर से $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{3}\right)$ कोण तय कर चुकेगा।

9. A particle slides down a smooth cycloid starting from rest cusp. Show that when it arrives at the vertex, the pressure on the curve is equal to twice the weight of the particle.

एक कण किसी चक्रज के उभयाग्र से विरामावस्था से रवाना होकर नीचे की ओर गिरता है। सिद्ध कीजिए कि जब वह शीर्ष पर पहुँचता है तो वक्र पर दाब कण के भार का दुगुना होता है।

Unit V (इकाई V)

10. Prove that the pressure at the centre of gravity of a triangular lamina wholly immersed in a homogeneous liquid in any manner, is one-third the sum of the pressure at the angular points.

सिद्ध कीजिये कि एक समांगी द्रव में किसी भी प्रकार पूर्णतया निमज्जित त्रिभुजाकार पटल के गुरुत्व केंद्र पर दाब उसके शीर्षों पर दाबों के योग का एक-तिहाई होता है।

11. A quadrilateral ABCD is immersed in the liquid with CD, the free surface and sides AD and BC vertical of length α and β respectively. Find the depth of centre pressure in terms of α and β.

एक चतुर्भुजाकार पटल ABCD की भुजा CD मुक्त पृष्ठ में है और भुजायें AD, BC ऊर्ध्वाधर तथा क्रमश: α और β लम्बाई की हैं। दाब केंद्र की गहराई α और β के पदों में ज्ञात कीजिये।

Part C (खण्ड 'स')

Unit I (इकाई I)

12. A perfectly rough plane is inclined at an angle α to the horizon. Show that the least eccentricity of the ellipse which can rest on the plane is :

$$\sqrt{\left(\frac{2\sin\alpha}{1+\sin\alpha}\right)}.$$

एक पूर्ण रूक्ष तल क्षैतिज से कोण α पर झुका हुआ है। प्रदर्शित कीजिये कि तल पर विरामावस्था में रह सकने वाले दीर्घवृत्त की न्यूनतम उत्केन्द्रता है :

$$\sqrt{\frac{2\sin\alpha}{1+\sin\alpha}}$$

Unit II (इकाई II)

13. Six equal heavy rods, freely hinged at their ends from a regular hexagon ABCDEF which when hung up by the point A is kept from altering its shape by two light rods BF and CE. Find the thrust of these rods.

छः समान भारी छड़ें स्वतंत्रतापूर्वक सिरों पर जुड़ी हुई हैं और एक समषट्भुज ABCDEF बनाती हैं। इसे A द्वारा लटकाया जाता है और दो भारहीन छड़ों BF तथा CE द्वारा इस आकृति को अपरिवर्तित रखा जाता है। इन छड़ों में प्रणोद ज्ञात कीजिए।

Unit III (इकाई III)

14. If h be the height due to the velocity v at the earth's surface supposing its attraction constant and H be the corresponding height when the variation of gravity is taken into account. If r is the radius of the earth, then prove that :

$$\frac{1}{h} - \frac{1}{H} = \frac{1}{r}.$$

यदि गुरुत्वाकर्षण को अचर माना जाये तो पृथ्वी तल से v वेग से फेंका हुआ कोई कण h ऊँचाई तक पहुँचता है और जब गुरुत्वाकर्षण में परिवर्तन को ध्यान में रखा जाये तो कण H ऊँचाई तक पहुँचता है। यदि पृथ्वी की त्रिज्या r है, तो सिद्ध कीजिये कि :

$$\frac{1}{h} - \frac{1}{H} = \frac{1}{r}.$$

Unit IV (इकाई IV)

15. A particle is projected from the lowest point of a vertical circle with a velocity just sufficient to carry it to the highest point. Find when and where the particle will leave the circle.

एक कण ऊर्ध्वाधर वृत्त के निम्नतम बिन्दु से ऐसे वेग से फेंका जाता है जो उसे ठीक सर्वोच्च बिन्दु तक ले जा सके। ज्ञात कीजिये कि कण वृत्त को कब और कहाँ छोड़ेगा ?

Unit V (इकाई V)

16. A quadrant of a circle is just immersed vertically in a heavy homogeneous liquid with one edge in the surface. Find the centre pressure (C.P.)

एक वृत्तपाद किसी भारी समांगी द्रव में ठीक इस प्रकार डूबा है कि उसका तल ऊर्ध्वाधर और एक कोर मुक्त पृष्ठ में है। दाब केन्द्र स्थिति ज्ञात करो।