

Roll No. :

6x

Total Pages : 7

1142-Arts

Ist Year Arts Examination, 2018

MATHEMATICS

Paper – II
(Calculus)

Time : Three Hours
Maximum Marks : 65

PART-A [Marks : 20]
(खण्ड-अ)

Answer all questions (50 words each).

All questions carry equal marks.

सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 50 शब्दों से अधिक न हो। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART-B [Marks : 25]
(खण्ड-ब)

Answer *five* questions (250 words each). Select *one* question from each unit. All questions carry equal marks.

प्रत्येक इकाई से एक-एक प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्न कीजिए।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 250 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART-C [Marks : 20]
(खण्ड-स)

Answer any *two* questions (300 words each).

All questions carry equal marks.

कोई दो प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 300 शब्दों से

अधिक न हो। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART-A

(खण्ड-अ)

UNIT-I

(इकाई-I)

1. (i) For the ellipse $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ find the length of polar sub-tangent.

दीर्घवृत्त $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ के ध्रुवी अधःस्पर्शी की लम्बाई ज्ञात कीजिये।

- (ii) State Mean value theorem.

मध्यमान प्रमेय का कथन लिखिये।

UNIT-II

(इकाई-II)

- (iii) Find the asymptote parallel to the axis to the curve $(x^2 + y^2) x - ay^2 = 0$

वक्र $(x^2 + y^2) x - ay^2 = 0$ के अक्षों के समान्तर अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिये।

- (iv) Define multiple point of any curve and write its types.

किसी वक्र के बहुल बिन्दु को परिभाषित कीजिये तथा इसके प्रकार लिखिये।

UNIT-III

(इकाई-III)

- (v) Write relation between Beta and Gamma function.
बीटा तथा गामा फलन के बीच संबंध लिखिये।
- (vi) Define Rectification.
चापकलन को परिभाषित कीजिये।

UNIT-IV

(इकाई-IV)

- (vii) Find the integrating factor of the differential equation $\frac{dy}{dx} + \cot xy = x$.
अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + \cot xy = x$ का समाकलन गुणांक ज्ञात कीजिये।
- (viii) Write the necessary and sufficient condition for the differential equation $Mdx + Ndy = 0$ to be exact.
अवकल समीकरण $Mdx + Ndy = 0$ के यथार्थ होने के लिये आवश्यक तथा पर्याप्त प्रतिबन्ध लिखिये।

UNIT-V

(इकाई-V)

- (ix) Solve :
हल कीजिये :
 $(y - px)(p - 1) = p$.
- (x) Find the complementary function of the differential equation $\{(D + 2)(D - 1)^3\} y = e^x$.
अवकल समीकरण $\{(D + 2)(D - 1)^3\} y = e^x$ का पूरक फलन ज्ञात कीजिये।

PART-B

(खण्ड-ब)

UNIT-I

(इकाई-I)

2. Find the Pedal. Equation of the parabola $y^2 = 4a(x + a)$
परवलय $y^2 = 4a(x + a)$ का पदिक समीकरण ज्ञात कीजिये।
3. State Rolle's theorem and verify Rolle's theorem for the
function $f(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$ where $x \in [1, 3]$.
रोल प्रमेय लिखिये तथा फलन $f(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$
के लिये रोल प्रमेय सत्यापित कीजिये जहाँ $x \in [1, 3]$.

UNIT-II

(इकाई-II)

4. Find all the asymptotes of the following curve :

निम्न वक्र की सभी अनन्त स्पर्शियाँ ज्ञात कीजिये :

$$(x - 2y)^2(x - y) - 4y(x - 2y) - (8x + 7y) = 0.$$

5. Trace the curve :

निम्न वक्र का अनुरेखण कीजिये :

$$y^2(a^2 + x^2) = x^2(a^2 - x^2).$$

UNIT-III

(इकाई-III)

6. Prove that :

सिद्ध कीजिये :

$$\int_0^1 \sqrt{1-x^4} dx = \frac{\left\{ \Gamma\left(\frac{1}{4}\right) \right\}^2}{6\sqrt{2\pi}}.$$

7. Find the area common to the following curves.

निम्न वक्रों का उभयनिष्ठ क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये :

$$y^2 - ax \text{ and } x^2 + y^2 = 4ax.$$

UNIT-IV

(इकाई-IV)

8. Solve :

हल कीजिये :

$$y - x \frac{dy}{dx} = x + y \frac{dy}{dx}.$$

9. Solve :

हल कीजिये :

$$(xy^2 + 2x^2y^3) dx + (x^2y - x^3y^2) dy = 0.$$

UNIT-V

(इकाई-V)

10. Solve :

हल कीजिये :

$$y = x + a \tan^{-1} p.$$

11. Solve :

हल कीजिये :

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 7x \frac{dy}{dx} + 13y = \log x.$$

PART-C

(खण्ड-स)

UNIT-I

(इकाई-I)

12. Find the angle between the radius vector and tangent at any point of the cardioid $r = a(1 - \cos \theta)$ then find the pedal equation of the cardioid.

कार्डियोइड $r = a(1 - \cos \theta)$ के किसी बिन्दु पर ध्रुवान्तर रेखा तथा स्पर्श रेखा के मध्य कोण ज्ञात कीजिये तथा कार्डियोइड का पदिक समीकरण भी ज्ञात कीजिये।

UNIT-II

(इकाई-II)

13. Prove that for the following curve $r^n = a^n \cos n\theta$.
सिद्ध कीजिये कि वक्र $r^n = a^n \cos n\theta$ के लिये

$$\rho = \frac{a^n}{(n+1)r^{n-1}} \propto \frac{1}{r^{n-1}}$$

जहाँ ρ radius of curvature है (जहाँ ρ वक्रता त्रिज्या है)

UNIT-III

(इकाई-III)

14. Find the length of the arc of the parabola $x^2 = 4ay$ from its vertex to an extremity of latus rectum.
परवलय $x^2 = 4ay$ के शीर्ष से नाभिलम्ब के एक सिरे तक के चाप की लम्बाई ज्ञात कीजिये।

UNIT-IV

(इकाई-IV)

15. Solve :

हल कीजिये :

$$(1 + y^2) dx = (\tan^{-1} y - x) dy.$$

UNIT-V

(इकाई-V)

16. Solve :

हल कीजिये :

$$(D^2 + 4)y = \sin 3x + e^x + x^2.$$

